Digitized by Google

181

Digitized by Google

1. 7. 181 A

Digitized by Google

Digitized by Google

EXERCITATIONIS
MATHEMATICAE
DE PHYSICO RADIORUM LUMINIS PARALLELISMO

AD TIRONUM USUM ADCOMMODATAE

PARS ALTERA

Ex qua aliiſque Matheſeos Documentis Selectas
aliquot Propoſitiones

LAZARUS ET JOANNES BAPTISTA

MONGIARDINII

GENUENSES

IN COLLEGIO PRATENSI SOC. JESU CONVICTORES

ET

BARTHOLOMAEUS MARTINIUS

PRATENSIS

IN EODEM COLLEGIO PUBLICE DEMONSTRABUNT.

A. CIϽ IϽCC LIX.

FLORENTIAE, CIϽ IϽCC LIX.

Ex Typographia Franciſci Moücke. *Cum facultate.*

Digitized by Google

PROPOSITIONES

DEMONSTRANDAE.

I. MUltipliciter demonſtrari poteſt, poſtquam expoſita fuerit *Eratoſthenis* ratiocinatio ad quantitatem ſtatuendam peripheriae Meridiani terreſtris, nullo modo inter phyſice parallelos numerandos eſſe Solis radios, quorum phyſico paralleliſmo, praeter cetera, innixus fuit.

II. Conſiderare ipſe potuiſſet duos Solis radios, quibus phyſicus optime competit paralleliſmus; atque id faciendo, notabile aliquod conſequi emolumentum, minorem inferendo terreſtris Gradus quantitatem.

III. Quamvis permittamus, ſimplicem ab eodem adhibitum fuiſſe gnomonem, a quo umbra ſuper planum horizontale projiceretur, ſicuti *Maurolycus*, aliique recentiores narrant; attamen phyſicus paralleliſmus perperam putatus, ut antea, obſtaret.

IV. In hypotheſi proxime expoſita, ſi ponamus gnomonis longitudinem in mille partes fuiſſe diviſam, demonſtrari facilè poteſt, quot ex illis partibus longitudo projectae umbrae complecti debuiſſet, ut obſervator inferret, ab arcu Meridiani inter Syenem, & Alexandriam, Gradus 7, & Minuta 12 contineri.

Digitized by Google

V. Ex *Eratoſthenis* obſervatione ; quemadmodum a *Cleomede* exponitur, nihil inferri poteſt contra mutationem obliquitatis Eclipticae, ſicuti inferre *Ricciolius*, *Tacquetius*, aliique conati ſunt.

VI. Per umbras a gnomonibus projectas, polaris altitudo, quamvis imperfecte, cognoſci poteſt.

VII. Recte ab antiquo Mathematico, *Poſidonio*, ad ſenſum paralleli conſiderati fuerunt radii, a Stella Canobo in urbem Rhodum, & Alexandriam Aegypti immiſſi; ſed in aliis rebus peccavit, dum Telluris ambitum, poſt *Eratoſthenem*, inveſtigavit.

VIII. Poſtquam expoſitum fuerit quid ſit Conus umbrae terreſtris fictus, qui heic exhibetur a triangulo *o* X *r* (Fig. IV.); quid Conus umbrae terreſtris verae; quid Conus umbrae atmoſphaerae terreſtris; demonſtrari facilè poteſt, ab hoc Lunam, dum deliquia patitur, obſcurari.

IX. Declarari poteſt cur *Fernelius* valde propiùs ad verum acceſſerit, Meridiani Gradum dimetiendo, quam ceteri anteriores Mathematici; quamvis, poſt aliquas caeleſtes obſervationes, revolutionibus rotarum currus, quo vehebatur, uſus fuerit ad id aſſequendum.

Praecedentes Propoſitiones demonſtrabuntur ab editoribus hujus Opuſculi, in ejus fronte indicatis, & etiam a Philippo Cecconio, *Pratenſi*.

EX-

Digitized by Google

EXERCITATIONIS MATHEMATICAE

DE PHYSICO RADIORUM LUMINIS PARALLELISMO

AD TIRONUM USUM ADCOMMODATAE.

PARS SECUNDA.

CAPUT I.

Quid de Phyſico radiorum luminis Parallelismo ſtatuendum ſit, dum poſt diſceſſum a diverſis punctis, aut nobis apparet eorum concurſus jam factus in uno puncto, aut ſolummodo eorumdem acceſſus ad puncta diverſa, declaratur.

I. IN Corollario IV. ad finem Partis primae hujuſce Exercitationis, ex variis inſignium Mathematicorum ſententiis & placitis ibi expoſitis illatum fuit, inter phyſice, ſive ad ſenſum, parallelos, recenſeri prudenter eos non poſſe radios, a radiante aliquo puncto advenientes (lato modo *radians punctum* uſurpando, nimirum aut illud, ex quo adveniunt, in corpore ſit luminoſo, ut, e. g. in Sole, aut in illuminato, ut, e. g. in Luna); quamvis latiori illo uti aliquis vellet parallelismo, de quo actum fuit primae Partis Cap. VII.; recenſeri, inquam, eos prudenter haud poſſe radios,

Digitized by Google

quando ratio diſtantiae inter puncta, radios excipientia, ad diſtantiam puncti radiantis, illâ eſſet valde, aut etiam notabiliter major, quam habet unitas ad 348; vel ſi angulus in radiante aliquo puncto conſtitutus, veluti eſt L S T (Fig. 11.), valde, aut notabiliter, Minuta decem excederet.

Nunc autem, non unum dumtaxat radians punctum conſiderando in corporibus, aut luminoſis, aut illuminatis, ſed puncta diverſa, radioſque de ipſis in alia advenire corpora; norma aliqua, quantùm potero, tironibus eſt tradenda, cujus ope dignoſcere valeant, an in hujuſmodi circumſtantiis competat radiis, quos contemplentur, an non competat phyſicus paralleliſmus, quem ſapientiores Mathematici, & Philoſophi reſpuere non debeant. Ita aliquod opportunum obtinebunt criterium, ne tamquam phyſice parallelos eos ſibi exhibeant radios, qui, ex peritiorum ſententia, pro phyſice convergentibus, aut divergentibus, habendi ſint; & conſequenter ne reſpuendo innitantur paralleliſmo, multorum, & quidem ſenſibilium, origine errorum in variis decernendis quantitatibus, ut aliqua confirmetur ſententia.

II. Si primò ponimus, luminis radios a diverſis radiantibus punctis emiſſos, in alio puncto jam coiviſſe; ex Parte I. hujuſce Exercitationis regulas deſumere tirones poterunt, ad ſtatuendum quando inter phyſice parallelos numerare ipſos prudenter debeant: ob eaſdem enim rationes, ob quas quibuſdam in circumſtantiis parallelos ad ſenſum nuncupare radios haud temere licet, qui ab uno radiante puncto in diverſa inciderint, hoc idem in circumſtantiis conſimilibus fieri poterit, dum a diverſis advenientes, in uno coiverint.

Ex eo praecipue pendet, recte & tutò decernere ejuſmodi paralleliſmum, quod, opportunam faciendo con-

Digitized by Google

conſtructionem , cognoſcamus pauca deeſſe Minuta ſecunda (ſi ſtrictiorem tantummodo paralleliſmum inquiramus) aut ſaltem pauciſſima Minuta prima (ſi velimus latiorem , ſed quem Sapientes non reſpuant) ad aequalitatem inter illos angulos , ex qua , ſi haec geometrica eſſet , inferre optime Geometrae poſſent , radios , aut rectas in ea adhibitas conſtructione , eſſe perfecte parallelas . Declaratur exemplo . A radiis H A , H K (Fig. 1.) duo conſtituantur anguli cum recta A K , quae tamquam incidens in duas rectas H A , H K conſideretur . Si demonſtrari poſſit , ſummam internorum angulorum H A K , H K A , uno dumtaxat Minuto cum dimidio circiter , a duorum ſumma rectorum deficere ; tunc cum celebri *Ricciolio* , de cujus hypotheſi huic ſimili actum fuit Partis primae Cap. IV. ; recte adfirmabis inter phyſice parallela recenſeri poſſe radiorum ſegmenta A P , & K B ; quum apertum tibi ſit , pauxillulùm deeſſe aequalitati inter angulorum ſummas proxime commemoratas , quae , ſi geometrica fruerentur aequalitate , Geometram cogerent ad adfirmandum , rectas A P , & K B eſſe perfecte parallelas . Sed expoſita regula , ad optime judicandum de illo paralleliſmo , locum habet , aut concipiamus radians punctum in H (Fig. 1.) , a quo radii in A , & K progrediantur , aut haec puncta A , & K pro radiantibus habeamus , a quibus radii perveniant in H , ſicuti manifeſtum eſt ; eodem ergo modo , quo Parte I. phyſicus oſtenſus fuit quibuſdam in circumſtantiis paralleliſmus , dum a radiante aliquo puncto in diverſa perveniunt ; oſtendi idem , circumſtantiis faventibus , poteſt , dum e contrario a diverſis radiantibus in unum incidunt .

Dici etiam poterat, rectum pendere de illa re judicium a comparatione , quae fiat inter latitudinem plani , & diſtantiam quam corpus lucem emittens ,

aliudque lucem excipiens, inter ſe habeant; ſicuti ex *Wolfio* oſtenſum fuit Parte prima, Cap. II., vel etiam a comparatione inter duas parallelas, parum inter ſe diſſitas, quales ſunt A K, & P B (Fig. 1.), & quarum quantitatem liceat nobis cognoſcere, eo modo quo ex *Cavalerio* declaravimus ibidem Cap. V; ſed quum demonſtrationes, quae fiunt, ejuſmodi adhibendo comparationes, iis potiſſime theorematis innitantur, in quibus ex aliquorum aequalitate angulorum Geometrae perfectum parallelifmum demonſtrant (1); hinc diximus, ex ea cognita aequalitate phyſica, & geometricae admodum proxima, rectum tutumque de admiſſo phyſico parallelifmo decretum pendere.

Quamobrem, dum agitur de radiorum progreſſu a duobus ad unum punctum, ſi ratio ſciatur inter plani latitudinem, illiuſque puncti diſtantiam, in quo coëant, aut quantitas parallelarum, e. g. A K, P B, quas interponi concipiamus, aut ſi jam innotuerit verticalis angulus A H K, aut ad baſim anguli H A K, H K A; in Corollariis ad finem Partis I. ad eos reſpicere canones tiro aliquis poterit, quos ex variarum ſententiarum collatione facta, in hypotheſi de radiorum progreſſu ab uno puncto ad diverſa, ibidem proponere haud inutile exiſtimavi.

III. Si autem ſecundò de radiis duobus agatur, quorum tantummodo acceſſus ad duo inter ſe diſſita puncta, poſtquam a duobus aliis inter ſe pariter diſſitis diſceſſerint, nobis appareat, ſequentes tradi poſſe regulas tironibus arbitror (alias, ſi opus fuerit, ad hujuſce Exercitationis calcem additurus, aut jam traditas, meliùs explicaturus, &, ſi aliquid peccaverim, emendaturus) ne eorum aliquis erret, iis tribuendo radiis parallelifmum, poſtquam cognoverit geometricum eiſdem non convenire, queis ex concordi Sapientiorum ſuffragio neutiquam convenit: atque ita ne fru-

ſtra

ſtra inſudet in aliqua confirmanda propoſitione ; cujus confirmatio falſae innitatur hypotheſi .

In primis (concipiendo interim a duobus quibuſlibet inter ſe diſtantibus punctis , ut *c* , & *e* (Fig. I.) , radios egredi A *c* , & K *e*) ſi contingere aliquo modo poſſit , ut praedictam ad ſenſus aequidiſtantiam inquirentibus innoteſcat , quin eorum quantitatem angulorum explorent , de quibus infra dicendum eſt Art. IV. , & V. ſeqq. ; rectam aliquam radiis comprehenſam , & qualis eſt , e. g. P B , quae parallela ſit diſtantiae inter illa puncta , e. g. A , & K , ad quae appareat radiorum acceſſus , atque ipſi diſtantiae competenter proxima , ſcilicet modò plùs , modò minùs , pro minori , vel majori ſpatio , per quod manifeſtum ſit radios excurrere , antequam coëant ; innoteſcat , inquam , parallelam praedictam , ut P B , eſſe eidem diſtantiae inter illa puncta , ut A , & K , ad ſenſus aequalem ; tunc beneficio Prop. XXXIII. Lib. I. *Euclidis* , iidem radii in eo acceſſu , ſive eorum ſegmenta A P , K B , exempli cauſsâ , pro phyſice aequidiſtantibus haberi poterunt . Si tamquam perfecte aequales conſiderentur parallelae P B , A K , parallela quoque , & perfecte putanda eſſent ſegmenta A P , K B , vi commemoratae Propoſitionis , utpote veluti duae rectae (quemadmodum luminis radios heic exhibere nobis licet) queis ad eaſdem partes conjungerentur duae parallelae perfecte aequales ; ſi igitur hae ſint tantùm phyſice aequales , aequum eſt ut conjungentes radii A P , K B phyſice paralleli appellentur . Si autem aliquis interea poſtularet , cur paullò ante dictum fuerit , parallelam diſtantiae inter illa puncta , huic diſtantiae competenter proximam ducendam eſſe ; Adnotationem legat I. ; ibi enim res declaratur .

Atque idem multò magis dicendum , ſi nobis notum eſſe poſſet , diſtantiam quam inter ſe habent pun-

cta ,

Digitized by Google

ℇta, de quibus radii proſiliunt, eſſe fere aequalem alteri diſtantiae inter puncta, ubi radiorum contemplamur acceſſum, ita ut inaequalitas evaneſceret; tunc enim radii integri inter illas duas ad ſenſum aequales rectas poſiti, ob rationem proxime allatam, tamquam in tota eorumdem longitudine perpetuò ad ſenſum aequidiſtantes, ſine ulla dubitatione, putari poſſent.

Contra verò, ſi inter illas parallelas, de quibus ſupra, nimirum A K, & P B (Fig. 1.), aliqua per ſenſus percipi inaequalitas poſſet; tunc ſegmenta A P, & K B inaequaliter ad ſenſus inter ſe diſtantia nuncupari deberent (3).

IV. At ſi phyſica aequalitas inter praedictas parallelas cognoſci nequeat, videndum ſecundò, an aliqua haberi notitia poſſit de quantitate angulorum, qui a radiis, vel in deceſſu ab illis duobus punctis, vel in acceſſu ad duo alia, cum plani latitudine conſtituuntur; nam ſi ejuſmodi aequalitas eos inter angulos deprehenderetur, inter quos, ſi geometrica exſtaret, ſtatim per Propp., aut XXVII., aut XXVIII. Lib. I. *Eucl.* inferremus eſſe illas rectas perfecte parallelas, in quas alia incidit, apparentem radiis paralleliſmum tribuere liceret. Sic, e. g., ſi aliquo modo innoteſcere nobis poſſet, radios contemplando A *c*, K *e* (Fig. 1.), quos a duobus punctis *c*, & *e* ponamus emitti, in acceſſu ad duo alia puncta A, & K, duos cum recta A K conſtrui ab ipſis radiis internos angulos *c* A K, *e* K A, inter quorum ſummam, & illam duorum rectorum differentia evaneſceret; tunc recte decerneremus, pro phyſice parallelis eoſdem haberi poſſe. Quum rectam A K, tamquam incidentem in duas alias A P, & K B concipere liceat; ſi inter ſummas proxime commemoratas perfecta eſſet aequalitas, perfecte quoque parallelas, per Prop. XXVIII. Lib. I. *Eucl.*, rectas A P, & K B appellare

lare deberemus ; ſi ergo dumtaxat phyſica illa eſſet aequalitas , phyſicus eiſdem lineis paralleliſmus competeret . Cavendum tamen , ne ſummae angulorum , quos radii cum recta incidente conſtruunt ; nimis deſit ad duorum ſummam rectorum exaequandam , quamvis heic de defectu ſolùm aliquot minutorum agatur ; aliter aequidiſtantia illa , utpote ſenſibilium errorum cauſſa , a Sapientibus rejiceretur . In Corollariis ad calcem Partis I. normam aliquam tirones habere poterunt , qua in hac re dirigantur .

V. Tertiò denique (alia ut praetermittam circa hujuſmodi aequidiſtantiae inveſtigationem , quum propoſitum mihi fuerit , neque omnia , neque multa ad ipſam pertinentia heic declarare , ſed quae tantummodo Geometriae candidatis adjumento aliquo eſſe poſſent , quaeque ab his facile perciperentur) ſi nihil de apparente aequalitate , aut inter parallelas , de quibus dictum eſt praecedente Art. III. , aut inter angulos , de quibus proxime Art. IV. , valeamus cognoſcere ; inveſtigetur , ſi fieri poſſit , quantus ille ſit angulus quem radii comprehenderent , ſi illam versùs plagam , versùs quam appareat nobis habere aliquam convergentiam , in infinitum producerentur ; hanc enim adhibendo rationem , infra oſtendemus cognoſci illum angulum poſſe , quamvis faciendum , dum agitur de radiis quos celebris inter antiquos Mathematicos *Eratoſthenes* conſideravit , ut facillime Tellurem dimetiretur ; quique a duobus Solis punctis emiſſi , inter ſe diſtantibus , ad duo inter ſe diſtantia accedebant ipſius Telluris .

Si ille angulus , rite ratiocinando , & conſtruendo , ita exiguus reperiatur , ut tutò negligi poſſit , ejuſque neglectus ſubducendos calculos turbare nequeat , aut quae inferenda ſunt infirmare ; phyſicus radiis paralleliſmus tribui poterit , aut ſtrictus , ſi pauca idem an-

Digitized by Google

angulus Minuta ſecunda contineat ; aut aliquantò latior, ſi pauciſſima contineat Minuta prima : dummodo circumſtantiae ſtrictiorem non poſtulent . De limitibus autem circa Minutorum numerum, quos ſi aliquis praetergrederetur, ſenſibiles od omnia turbanda errores ingruerent, jam in Corollariis Partis I., poſt expoſitas inſignium aliquot Mathematicorum ſententias, quod probabilius videbatur dictum eſt . Neque obſtat quod ibi de angulo loquamur, quem in radiante puncto diſcedentes radii conforment, quemadmodum Articulo II. hujus Capitis, ne ambiguitas ulla ſuboriretur, declaravimus. Aut in radiante puncto, aut in alio quolibet coitio fiat, ratio, ob quam radii ad ſenſum noſtrum aequaliter inter ſe diſtantes dicantur, par eſt.

CAPUT II.

Exponitur quomodo illuſtris inter priſcos Mathematicos Eratoſthenes *ſuam habuerit, ad facilè inveſtigandum Telluris ambitum, obſervationem ; ut deinde inquiratur, an ſolaribus illis radiis, quos ipſe tamquam phyſice parallelos conſideravit, phyſicus nunc tribui recte & prudenter poſſit parallelismus.*

I. INter priſcos Mathematicos, qui ad inveſtigandum Telluris ambitum aggreſſi fuerint, ſicuti & ob varia ad Matheſin amplificandam, quae ad nos permanarunt, perutilia documenta, celebris eſt *Eratoſthenes*, Africanus, & patriâ Cyrenaeus, quem idonei quidam Auctores, circa Annum ante *Chriſti* adventum, 230. floruiſſe tradunt (4). Plures, & praeſtantes Mathematici de habita ab eodem obſervatione, ut propoſitum adſequeretur, ſcripſere ; ſed non

omnes

omnes in ea exponenda inter ſe conſentiunt, ut e. g., cetera heic praetermittendo, dum loquuntur de ſolaribus radiis, quibus eſt uſus; ſiquidem eorum nonnulli adfirmant, duos ab *Eratoſthene* fuiſſe radios conſideratos, a Solis centro in diverſa Telluris loca incidentes (5); alii verò, & optime, quemadmodum infra oſtendetur, non ambos a centro Solis, ſed alterum ab hoc centro, a ſuperiori alterum ejus limbo advenientes. Hinc, quum opportune celebris *Ricciolius*, *Geograph.* L. V. initio Cap. III. nos moneat: *Hiſtoria hujus praxeos Eratoſthenicae petenda eſt*, *non a* Maurolyco, Clavio, *aliiſque nonnullis*, *qui non videntur* Cleomedem *inſpexiſſe*; *ſed ab ipſo* Cleomede, *qui unicus ex vetuſtis Scriptoribus eam nobis expoſuit*; tum ex ſuperſtitibus hujus vetuſti Mathematici documentis, quem ſaeculo, *Chriſti* adventum antecedenre, floruiſſe idem *Ricciolius* in Chronicis, ſuo novo *Almageſto* praefixis, tradit; tum ex luculentis ſuper hac re declarationibus illuſtrium Mathematicorum praeteriti ſaeculi, ſi primum excipias, qui ſaec. floruit XVI.; nimirum *Nonii*, L. II. *De Obſervatione*, Cap. XVIII.; *Snellii*, L. I. *Eratoſthenis Batavi*, Cap. V. & ſeqq.; *Riccioli* L. V. *Geographiae reformatae*, Cap. III.; *Almageſti* T. I. L. III. Cap. XXVII. Art. VII., & alibi (6); *Tacquetii*, L. I. *Aſtronomiae*, Numero XXXII., & *Geometriae Practicae* L. I. Cap. VI. Probl. II., plura ſeligam; quum iſti Auctores accurate ejuſmodi rem ſuis ponderibus examinarint, & ante alios doctiſſimos recentiores ſuas vulgarint declarationes: tametſi non in omnibus ſingulorum placitis, dum ipſam declarant, adhaerere debeam.

II. Interim pauca quaedam, tamquam certa, heic ſtatuam, & quibus refragari Sapienti viro non liceat, quò faciliùs quae dicenda ſunt & demonſtrentur, & intelligantur.

Inter umbras ab opacis corporibus projectas, aliae apud Gnomonicos *rectae* appellantur, & aliae *verſae* (7). *Recta* eſt quam projicit opacum corpus, ad horizontem perpendiculare, in planum horizontale; *verſa* autem, quae ab opaco, ad horizontem parallelo, in verticale planum, ſive ad ipſum horizontem normale projicitur. Sed quoniam circa corpora, iſtiuſmodi umbras projicientia, & excipientia, accidere plura poſſunt; ad omnem ambiguitatem evitandam, addam cum *Ricciolio*, *Geograph.* L. VII. Cap. V.: *Per ſe, & ſecluſis obſtaculis, umbram rectam totam in horizontale, & verſam in verticale planum cadere*.

Umbra *recta*, quam projici a gnomonibus videmus, dum Sol ſplendet, in plagam ipſi oppoſitam, a ſolari radio terminatur, gnomonum apices radente, qui a ſuperiori Solis limbo emittitur; contra verò a limbo ejuſdem inferiori ille advenit radius, a quo umbra terminatur *verſa*; ſicuti ibidem proxime commemoratus Auctor declarat. Hinc Solis radius R *q* (Fig. III.), a quo umbra, inter *rectas* ſine dubio recenſenda, intra vas definiebatur, Alexandriae in Aegypto collocatum, dum celebrem ibi *Eratoſthenes* ſuam habuit obſervationem, de qua infra, & quam umbram projiciebat gnomon *o c*; ille, inquam, radius R *q*, non a Solis centro G, ſed ab ejuſdem limbo R, comparate ad Alexandriam ſuperiori, ſive ab extremo R ſemidiametri ſolaris G R demittebatur: ita ut conſiderari ille radius poſſit, veluti linea recta Solem tangens in R.

Priſcâ eâ aetate, qua vixit *Eratoſthenes*, pro certo habebant Mathematici, eos radios, tamquam phyſice parallelos, ſine ullo ſenſibilis erroris metu, conſiderari poſſe, qui a diverſis Solis partibus, in univerſum loquendo, ſine ulla limitatione, ad diverſas Telluris pervenirent; ſiquidem ſupra commemoratus

Cleo-

Cleomedes, L. I. *Cyclicae Theoriae*, Cap. X., quod totum eſt de Telluris magnitudine, nos docet, conſtitutum a Mathematicis fuiſſe, Τὰς καταπεμπόμενας ἀκτῖνας ἀπὸ διαφόρων μερῶν τοῦ ἡλίου, ἐπὶ διάφορα μέρη τῆς γῆς, παραλλήλους εἶναι; h. e. *Demiſſos radios a diverſis partibus Solis ad diverſas partes Telluris, parallelos eſſe*: ſubaudi, vel phyſice, vel quibuſdam in adjunctis geometrice. Hinc *Snellius* in ſuo *Eratoſthene Batavo*, L. I. Cap. VII. quod inſcribitur: *Obſervatio Eratoſthenis per Scaphen, ſecundùm veteres Gnomonicos demonſtrata: Eratoſthenes* (inquit) *ad hanc rem uſus eſt veterum Geometrarum poſtulato illo vulgatiſſimo: Radios a diverſis Solis partibus ad diverſas Terrae partes productos, eſſe parallelos*, &c. *Quod veriſſimum, nemini dubium eſſe poteſt* [quae verba, & ſequentia ſubjicit, non ex ſua, ſed ex veterum illorum ſententia] *cum & Sol & Terra ſit major, & undique ab omni parte luminoſos radios de ſe fundat: atque ideo a diverſis Solis partibus ad duo Terrae loca radios revera parallelos porrigi, haud eſt dubium*. Verum quidem eſt, ex opinione *Snellii*, ſicuti declarat eodem Cap. VII., & ſequenti IX., ſignificare maxime voluiſſe veteres Geometras per illud poſtulatum, inſtar parallelorum conſiderari eos poſſe radios, *qui ab eodem Solis puncto radiant, ut, puta, a diſci Solis centro*; ac praeterea exiſtimaſſe *Eratoſthenem*, dum in radiis, quos ſibi exhibuit, phyſicum ſtatueret parallelismum, ab eo adeſſe ſibi praeſidium, *quod a veteribus demonſtratum ſit, radios Solis ab eodem puncto ad Terram miſſos, parallelos ferri*. Subjicit tamen poſt haec *Snellius* Cap. IX. ejuſdem Lib. I.: *Iſtud verò ipſum hic nihil juvat. Cum enim Solis centrum Syenenſibus ſupra verticem ad perpendiculum conſiſtit, tum Alexandrinis radius a ſupremo Solis limbo manans, umbram terminat. Fluunt igitur hi radii, non ab eo-*

 dem

dem Solis puncto , ſed a diverſis ; quamobrem axioma illud de radiorum paralleliſmo nihil huc facit : & propterea peripheriae inter Syenen , & Alexandriam inventae , tantum adjicere oportuit , quantam Solis ſemidiameter ſubtendit , quae ſunt minuta 15. *ut minimùm : quod ipſum* φιλαληθέστατος *ille* Petrus Nonius *obſervavit .*

At inducere animum nequeo ut credam , *Eratoſthenem* ſubſidii aliquid petiviſſe ab ea communi ſententia , ſi haec cum *Snellio* ad eos radios coarctetur , qui ab eodem Solis puncto profluant . Evidens , niſi fallor , eſſe debebat Cyrenaeo Mathematico , utpote peritiſſimo , atque ob ſtatutam quantitatem , quam eo tempore habebat Eclipticae obliquitas , ob Cubi duplicationem &c. (8), admodum inclyto , radios a ſe adhibitos ad terreſtrem magnitudinem indagandam , quorum alter , nimirum R *o q* (Fig. III.) , umbram *c q* , a ſtilo *o c* projectam , intra vas *x c s* terminabat , alter G *b* Z Syeni urbi putabatur normalis , non ab eodem Solis puncto , ſed alterum ab ejuſdem centro , alterum a ſuperioris marginis puncto R vibrari ; etenim vel ab iis , qui Mathematici non ſint , arbitror cognoſci haud difficulter poſſe , umbras a gnomonibus projectas , aut *rectae* fuerint , aut *verſae* , a radiis de ſolari centro prodeuntibus , neutiquam definiri . Quapropter probabiliſſimum eſt , ne dicam moraliter evidens , effato illi fuiſſe innixum ſedulum obſervatorem , non eâ ratione coarctato ; ſed generatim accepto , prout verba ſonant , ideſt quatenus denotat a quibuſcumque ſolaribus punctis , etiam inter ſe valde diſtantibus, ad quaecumque terreſtria , inter ſe demiſſos radios , eſſe parallelos : ſcilicet ad ſenſus , ſeu phyſice ; ſicuti ſubaudiendum eſſe indicatum ſupra fuit, non autem geometrice , niſi quando geometrice diſtantia inter puncta , e quibus radii Solis diſcederent , diſtantiae aequaretur inter terreſtria , quae illos excipe-

rent ;

rent ; quòd Sol , ex antiquorum etiam , & ſapientum Aſtronomorum ſententia , non ſit minor , ſed admodum Tellure major ; atque idcirco ſolares radii a punctis aequaliter inter ſe diſtantibus , comparate ad terreſtria , quantumvis inter ſe diſtantia , prodire poſſint . *Ariſtarchus* Samius , antiquior & *Cleomede* , & *Eratoſthene* , quum floruerit circa A. 280. Ante Chriſti adventum (9) , in doctiſſimo opuſculo quod ſcripſit , & exſtat , *De Magnitudinibus Solis* , *Lunae* , *ac Telluris* , docet , a Solis diametro terreſtrem contineri circiter ſepties . Cur autem Batavus Mathematicus dixerit , *peripheriae inter Syenen* , *&* *Alexandriam inventae* , *minuta* 15. *ut minimùm* fuiſſe addenda , declarandum infra eſt Capite IV.

III. His praejactis , ad exponendum progredior quae tamquam certa ſtatuerit *Eratoſthenes* , antequam ſuam exordiretur obſervationem ad Terreſtrem ambitum reperiendum , & quomodo ipſam peregerit . Itaque ſtatuit I. , vi illius effati , de quo proxime dictum eſt , duos radios a duobus Solis punctis , quamvis inter ſe diſtantibus per integram ejuſdem ſemidiametrum , ad duo demiſſos terreſtria inter ſe diſtantia , quanta eſt ſemidiameter Telluris , & ſicuti mox cognoſcetur , pro phyſice parallelis haberi poſſe , quin vitium aliquod notabile in concluſiones obreperet . II. Celebres Aegypti Urbes , Syenem , & Alexandriam , ſub eodem eſſe ſitas Meridiano , proindeque meridiem eodem momento utrobique contingere . III. Syenem ſub Tropico boreali , ſeu Cancri jacere , ac propterea aeſtivi Solſtitii horâ meridianâ , ſolare centrum huic Urbi eſſe verticale . IV. A diſtantia inter utramque Urbem contineri quinque ſtadiorum millia . V. Tellurem eſſe ſphaericam , ideoque ex cognita magnitudine unius gradus Meridiani terreſtris , inferri facillime poſſe quot ſtadia complecteretur ſumma graduum

Digitized by Google

360., utpote aequalium, ex quibus Meridiani peripheria, ſicuti etiam circuli cujuſcumque, componitur. Porrò ſingulis, queis inſignis hic Geometra uſus eſt, ſtadiis, *Plinius*, L. II. *Natural. Hiſtor.* Cap. 118., & *Harduinus* in notis ad eumdem, Romanos paſſus (quorum ſinguli continent Romanos pedes antiquos quinque) tribuunt 125. : quocirca octo ejuſmodi ſtadia, ſi hiſce Auctoribus in locis proxime commemoratis adhaereamus, antiquum exaequant milliare Romanum, a quo Cl. *D' Anville* in eruditiſſima Diſſertatione *De Menſuris itinerariis Romanorum, & de antiqua Gallica Leuca* (10), contineri decernit 755. earum hexapedarum, quae vulgò nunc in Gallia appellantur, *Toiſes du Châtelet de Paris*, ac praeterea hexapedae dimidium, h. e. tres pedes.

IV. Nunc clare percipies, Schema III. inſpiciendo, quomodo ſollers Geometra ſuam perfecerit obſervationem, quam ex vetuſtis commemorati *Cleomedis* documentis, additiſque recentiorum illuſtrationibus, Articulo I. hujus Cap. indicatis, & praeſertim *Ricciolii* & *Tacquetii*, narrabo. A circulo *b a n* exhibeatur Meridianus terreſtris; a recta *n a* diameter Aequatoris; a curva *t b* Tropicus Cancri. Syene ſit in *b*, Alexandria in c; patente in loco Alexandriae hemiſphericum vas aeneum [aut fortaſſe lapideum, ſicut & *Ricciolius*, & *Kircherius* adhiberi potuiſſe indicarunt; de qua re vide ſis quae in undecima adduntur Adnotatione; quamvis probabilius putem, metallico vaſe hunc obſervatorem fuiſſe uſum, utpote ad propoſitum aſſequendum aptiori] *y c s*, atque hemiſphaericae concavitatis, Σκάφιον a *Cleomede* appellatum, h. e. parva ſcapha, ſeu navigſolum (11), intra quod, ſicuti declarat *Ricciolius*, *Almag.* L. III. C. XXVII. Art. VII. *quadrans c i s diviſus erat in Gr. 90., & Gradus in aliquot minuta:* quod ſcaphium ita fuit a ſcru-

tatore

Digitized by Google

tatore collocatum, ut ſtilus, ſeu gnomon *c o* in ejus fundo erectus, & apice ſuo centrum *o* ejuſdem hemiſphaerici vaſis attingens, horizontali plano ad perpendiculum inſiſteret.

Igitur meridie aſtronomico aeſtivi Solſtitii ſubtiliter exquiſivit quantitatem arcus *c q* (Fig. III.) intra ſcaphium *y c s*, umbrae videlicet a ſtilo *c o* projectae, quam radius R *o q* a ſuperiore Solis margine, ſive ab extremo R ſemidiametri ſolaris G R, vibratus, & per apicem *o* erecti ſtili, ſeu per illius hemiſphaerii centrum incedens, definiebat; reperitque arcum *c q* quinquageſimam eſſe partem peripheriae circuli, ex centro *o*, intervallo *c o* deſcripti, aut viceſimam quintam hemiperipheriae *s c y*; ac propterea ab angulo *c o q*, cujus menſura erat arcus, aut umbra *c q*, Gradus ſeptem, & Minuta duodecim contineri.

Poſt haec acutus inveſtigator, ſibi exhibendo produci gnomonem *o c* uſque ad centrum Z Telluris, utpote horizontali plano normalem (11); a radio G *b* normali pariter ad Syenen, ut ipſe putavit, in idem centrum Z producto, angulum *b* Z *c* conſtitui, amboſque radios G *b* *z*, R *o q* veluti inter ſe parallelos, vi illius ſententiae de ſolarium radiorum paralleliſmo, Art. II. hujus Cap. ex *Cleomede* relatae; ita, aut ſimiliter, ſecundùm Geometriae elementa, quae per id tempus Africanis in ſcholis adhibebantur, ratiocinatus eſt. Heliaci radii G *b* *z*, R *o q* per hypotheſim paralleli ſunt; quare quum recta *o c* Z (cujus ſuperior pars *o c* in ſtilo conſideratur) centrum Z Telluris pervadens, in duas rectas incidat parallelas [nimirum in radios praedictos]; alterni anguli *b* Z *c*, *c o q*, per Geometriae elementa, aequabuntur. Hinc quot Gradus, & Minuta continet arcus *c q*, totidem, ſine ulla ſenſibili differentia, terreſtris Meridiani arcus

Digitized by Google

cus *b c* priori ſimilis continebit, ſcilicet 7° 12′. Jam verò ſi arcus *b c* Graduum 7, & Minutorum 12, inter Syenem, & Alexandriam complectitur quinque millia ſtadiorum; quotnam ſtadia tribuenda erunt Gradui terreſtris Meridiani, ſeu circuli maximi, & quotnam ſtadia Gradibus 360., in quos dividitur cujuslibet circuli peripheria? Per Arithmeticae regulas facillimè haec reperiuntur. Hac, aut ſimili ratiocinatione, ſicuti antiqui, & recentiores quidam praeſtantiſſimi Mathematici tradiderunt, uſus eſt *Eratoſthenes*, reperitque a Terreſtris circuli maximi peripheria ducenta quinquaginta millia ſtadiorum comprehendi.

Et revera ejuſmodi menſura congruit, ſi illius Geometrae admittas hypotheſes. Cognoſces primò per auream regulam, Gradui terreſtris Meridiani ſtadia $694.\frac{4}{9}$ competere; ſequentes enim ſi ſtatuas terminos, $432'.\ 5000.\ ::\ 60'.\chi$, Minuta indicando per primum, quae a $7°.\ 12'$ continentur, &c., $5000 \chi 60 = 300,000$; & $\frac{300,000}{432} = 694\,\frac{192}{432}$, ſeu, fractum ad minimos terminos revocando, $694\,\frac{4}{9}$. Cognoſces etiam, toti peripheriae Meridiani praedictum convenire ſtadiorum numerum; nam $694\,\frac{4}{9}\ \chi\ 360 = 250,000$.

Verum profectò eſt, *Plinium*, ſcripſiſſe, *Natural. Hiſtor.* L. II. Cap. CVIII., & in *Harduini* editione, Art. 112.: *Univerſum autem hunc circuitum* (h. e. Telluris) *Eratoſthenes, in omnium quidem litterarum ſubtilitate, & in hac utique, praeter ceteros ſolers, quem cunctis probari video, ducentorum quinquaginta duorum millium ſtadiûm prodidit: quae menſura, Romanâ computatione, efficit trecenties quindecies centena millia paſſ. Improbum auſum! Verùm ita ſubtili argumentatione comprehenſum, ut pudeat non credere*. Praeterea Plinianus hic ſtadiorum numerus, h. e. 252, 000. notatur (quemadmodum in ſuis ad *Plinium* illuſtrandum Adnotationibus nos monet *Harduinus*) in optimis

mis

mis codicibus *Vitruvii*, L. I. C. 6.; *Strabonis*, L. 2.; *Macrobii*, L. 2. *In ſomnium Scip.*, C. 20.; *Cenſorini*, C. 13.; *Martiani Capellae*, L. 6., aliorumque Auctorum. Nihilominus promtum eſt indicare, unde emanaverit diſcrepantia inter numerum proxime commemoratum, aliumque ſub initium hujuſce Articuli. Dictum ibi eſt, vi narrati experimenti, tribuenda eſſe terreſtris Meridiani Gradui ſtadia 694 $\frac{4}{9}$. *Vitruvius*, *Strabo*, *Plinius*, aliique poſteriores, ut rotundum ſcriberent numerum, quum pauca ad hunc conſtituendum ſtadia deeſſent, dedere illi Gradui ſtadia 700. Duxere deinde 700. per 360.; quare mirum non eſt, ſi invenerint, & ſcripſerint, ſecundùm inventa *Eratoſthenis*, eſſe 252, 000. Hinc vetuſtiſſimae *Cleomedis* relationi non contradicunt.

C A P U T III.

Multipliciter demonſtratur, ſolares radios ab* Eratoſthene *conſideratos, & quorum phyſico parallelismo, praeter alia, eſt innixus ad Telluris ambitum inveſtigandum, inter phyſice parallelos recenſeri nunc prudenter non poſſe.

§. I.

Praeambolum ad ſequentes Demonſtrationes.

I. NOn eò tendunt ſequentes Demonſtrationes, ut vel imprudentiae, vel imperitiae inſimuletur *Eratoſthenes*, non ſolùm de mathematicis rebus, verùm de omni eruditionum genere optime meritus. Quum eâ aetate ab Africanis Mathematicis illi radii inter phyſice parallelos numerarentur, qui a

 di-

diverſis Solis partibus ad diverſas pervenirent Telluris, in univerſum loquendo, ſicuti ſuperiori Capite, Art. II. oſtenſum fuit (quod fortaſſe ex opinione, quam tunc habebant de Solis, & Telluris magnitudine, de diſtantia inter hujuſmodi globos, deque aliis rebus, haud temere inferri poterat, & quin aliquis magni momenti error in quibuſdam inferendis concluſionibus eſſet reformidandus) & conſequenter illi quoque, niſi fallor, qui ab oppoſitis limbi ſolaris punctis erumpentes, terreſtris diametri extrema attingerent; neque imprudenter, neque imperite eos, veluti parallelos, ſibi exhibuit, quorum alter Solis, atque Telluris centra conjungeret, alter verò a ſuperiori Solis margine emiſſus, ad diſtantiam Telluris ſemidiametri ipſam contingeret.

Praeterea nihil heic de aliis hypotheſibus, queis, tamquam firmis fundamentis, innixus pariter ipſe eſt, diſſeremus; ut e. g. de Syene ſub Tropico boreali ſita, de eodem Meridiano, per Alexandriam, & Syenem tranſeunte, &c. Immo haec omnia interim, velut ſi certa eſſent, eidem permittimus. Quapropter in hoc Capite tantummodo demonſtrare conabimur (ceteris permiſſis hypotheſibus, praecedenti Capite, Art. III. jam expoſitis) ex ea ſcientia, quam nunc habemus de caeleſtibus, ac terreſtribus rebus, recte inferri, praedictos radios ita abeſſe a phyſico paralleliſmo, quamvis latiorem admittere aliquis velit, a quibusdam recentioribus, doctiſque Aſtronomis aliquando adhibitum, declaratumque Parte I. Cap. VII.; ut notabiles metuendi eſſent errores ad aliquid reperiendum, vel demonſtrandum, ſi eo aliquis uteretur.

II. Pauciſſimis verbis indicavit *Ricciolius* praecipuam cauſſam, ob quam attributum illud, Eratoſthenicis radiis concedendum non ſit: *Etſi verum eſt* (inquit *Geograph.* L. V. C. III. Art. V.) *radios Solares*

ab

Digitized by Google

ab eodem Solis puncto ad Terram demiſſos, eſſe ad ſenſum parallelos, quod Nonius, Snellius, noſque T. I. *Almag.* L. III. C. V. *demonſtravimus; verum quoque eſt, ex duabus quibuslibet Terrae partibus . . . . duci poſſe duos radios parallelos ad ſuperficiem Solis, eò quòd Sol non ſit minor, ſed major tota Tellure; falſum tamen eſt, quoslibet radios à diverſis partibus Solis ad diverſas partes Terrae ductos, eſſe ad ſenſum, nedum reipſa, aequidiſtantes. Et multò minùs paralleli ſunt radii, quorum unus ex centro Solis, alter ex limbo Solis ad Terram ducatur; ut ſunt radii* G Z, R *q* (Fig. III.) *eò quòd Sol ſit major Terrâ, non ſolum vicibus* 140, *ut cenſuit vetus Aſtronomia, ſed enormiter multò plus, ex dictis eodem* lib. C. XI. ; *ideoque radii praedicti coëunt tandem infra Tellurem in puncto terminante conicam Terrae umbram*. Meridie aſtronomico aeſtivi Solſtitii, quo Alexandriae facta eſt obſervatio, eam habebat Sol ab horizonte illius urbis altitudinem, videlicet Graduum 82, & Minutorum 40, ſicut in adnexa demonſtratur Adnotatione 13, ut radii R *q* (Fig. III.) umbram intra ſcaphium definientis refractio, utpote ſeptem circiter Secundorum (14), negligi heic ſine ullo detrimento poſſit. Quare quum conſiderare liceat eumdem radium R *q*, abſque ſenſibili refractione penetraſſe, & percurriſſe terreſtrem atmoſphaeram, donec ad umbram definiendam perveniret in *q*; ſi mente noſtra concipiamus ipſum produci (nimirum ut deinde inquiramus, an hic radius conſiderari recte poſſit veluti ad ſenſum parallelus alteri G *b* producto in *d*) donec cum alio coëat in *d*, ſemiangulum heic habebimus illius Coni, qui ab Aſtronomis *Conus umbrae terreſtris fictus* proprie vocatur (15); quòd ſibi exhibeant a radiis conſtitui, Solem, ac Tellurem tangentibus, quin ullam refractionem patiantur, & quales animo fingere poſſumus eſſe radios

 R *q d*,

R *q d*, & V *m d*. Hinc loco proxime citato *Ricciolius*, ut opinor, nihil addidit ad accurate demonſtrandum, ejuſmodi eſſe magnitudinem ſemianguli Coni ficti, ſeu anguli G *d* R (Fig. III.), quem Eratoſthenici radii comprehendunt G Z, R *q*, dum producti concurrunt, ut pro phyſice aequidiſtantibus haberi nequeant; quia jam de tribus umbrarum Conis, quos deſcribere Aſtronomi ſolent, dum agunt de Lunae deliquiis, prolixe diſſeruerat T. I. *Almag.* L. III. C. XI. & L. V. C. IV. & V.: praetereaque ibidem L. III. C. XI. Probl. V. ex ſuis datis intulerat, recte ratiocinando, ſemiangulum Coni ficti, Sole perigeo, eſſe 16′. 8″; apogeo autem 14′. 50″. Quocirca, quum inſuper T. I. *Almag.* L. III. C. V. Art. IX. latiorem radiorum apparentem parallelifmum extendiſſet ſolùm ad angulum 1′. 16″, quem ipſi in occurſu conſtruerent; mirum non eſt ſi in ſua *Geographia*, poſteriùs vulgata, rationem ut Laconice indicaret, propter quam radios illos Alexandrinos a phyſica excluderet aequidiſtantia, adfirmavit dumtaxat fore, ſi producerentur, ut infra Tellurem concurrerent, atque ita Coni ficti ſemiangulum conformarent: quemadmodum ſubaudiri facillime poteſt, quum nullam ibi conſideret refractionem, atque hoc idem vel ab ipſo ſolo Schemate ibidem delineato patere poſſit.

Sed quoniam, ſi data mutentur, diverſa oritur ſemianguli illius quantitas, & notum eſt, Sole apogeo, a *Copernico* (ut aliqua adferantur exempla) tributum fuiſſe Coni ficti ſemiangulo 12′. 46″; a *Tychone* 12′. 11″. ſicuti videre eſt in Tabula a *Ricciolio* expanſa T. I. *Almag.* L. III. C. XI. Probl. V.; atque inſuper notum, a recentioribus quibuſdam magni nominis Aſtronomis, inter phyſice aequidiſtantes recenſeri aliquando heliacos radios, a quibus angulus fiat decem circiter Minutorum (de qua amplificatione

ne dictum eſt Parte I. C. VII.) ; dubitare haud inconſulte tirones poterunt , an revera tanta ſit magnitudo anguli , qui a radiis Eratoſthenicis , ſi producantur , conſtituatur , ut ipſi , documenta adhibendo quae nunc habemus a recentiſſima Aſtronomia , phyſicus competere nequeat parallelismus , ne ille quidem , qui latiſſimus eſt , ſed quem aliquibus in circumſtantiis Sapientes non reſpuunt . Hinc , ad ejuſmodi adimendas dubitationes , ſupervacaneum non erit demonſtrare , ſententiis inhaerendo , quod ad aliquas diſtantias , & menſuras , recentiſſimorum Aſtronomorum , a ſemiangulo Coni ficti ita excedi Minuta decem , ut neque ſtrictus , neque latior aliquis parallelismus a Sapientibus admittendus , rectis ipſum angulum conſtituentibus , ex communi Sapientum placito , debeat adſcribi .

Ceterum , ſi quis contenderet , refractionem aliquam in radio R *q* non eſſe negligendam , antequam ad *q* accedat , libenti animo admitteremus eſſe conſiderandam ; ſi quidem ex hoc ſequeretur majorem fore angulum , quem conſtrui conciperemus a radio G *b* producto , & ab ultimo ſegmento refracti radii (F. 111.) R *o* pariter producto , donec cum alio coiret ; majorem , inquam , comparate ad alium G *d* R (16) . Quamobrem , ſi oſtendamus , ab apparenti & admittenda aequidiſtantia eos notabiliter abeſſe radios , quamvis nulla conſideretur refractio , multò magis hoc idem dicendum erit , ſi aliqua conſideretur .

Quum igitur ex proxime declaratis pateat , angulum G *d* R [F. 111.] pro ſemiangulo Coni terreſtris umbrae , a radiis non refractis comprehenſae , haberi poſſe (refractionem enim , utpote tenuiſſimam , ſicut oſtenſum fuit , tamquam nullam putamus) ; ſi demonſtretur , eam huic ſemiangulo competere magnitudinem , etiam dum Sol eſt apogeus , ut rectae ipſum com-

Digitized by Google

comprehendentes pro phyſice parallelis , & ſine ſenſibilium errorum formidine in concluſionibus inferendis , haberi nequeant ; idem profectò de radiis demonſtrabitur , queis Cirenaeus Mathematicus phyſicam eſt elargitus aequidiſtantiam .

Denique , quandoquidem de Sole apogeo , & perigeo paullò ante mentio facta eſt , earumque rerum notitia requiritur ad magnitudinem accurate determinandam anguli G *d* R , pauca quaedam praeſtabit heic addere , ne aliquid contra hypotheſes inferiùs faciendas opponi poſſit . Itaque , ſi documentis utamur inſignis Aſtronomi *Jacobi Caſſinii* , expoſitis Cap. IX. L. II. *Aſtronomiae* , quod inſcribitur : *Du Mouvement de l' Apogée* , *&* *du Périgée du Soleil* , aliorumque etiam de hac re bene diſſerentium , revera Sol , dum facta eſt Alexandriae obſervatio , non erat in maxima a Tellure diſtantia: Quum *Hipparchus*, A. ante *Chriſti* adventum 140. in Apogeo Solem nactus fuerit , dum hic 5° 30' Geminorum attingeret ; quum ſit lentiſſimus hujuſce Apogei motus apparens (infertur enim ibidem a *Caſſinio* , ſi comparetur *Hipparchi* obſervatio cum ea quam habuit ipſe *Caſſinius* A. 1738. , moveri ſingulis annis per 1'. 2''. 54''' ; & quum *Eratoſthenes* floruerit A. circiter 90. ante indicatam obſervationem *Hipparchi* ; haud temere abfirmabo , eo anno , quo fuit adhibitum ſcaphium ad Tellurem dimetiendam , in Auge , ſive Apogeo Solem extitiſſe , dum Gradui 5. Geminorum proximus eſſet. Quia verò Solſtitii aeſtivi die , quo *Eratoſthenes* illud habuit experimentum , Sol haud multò ante , Augem fuerat praetergreſſus , ponemus heic , tamquam certum , Solem tunc fuiſſe in maxima a Tellure diſtantia ; ita enim & determinatam habebimus diſtantiae menſuram , quam a Regia accipiemus Pariſienſi Academia , & aliqua etiam eminebit erga Telluris Menſorem humanitas ,

quum

quum aliquantùm, auctâ illâ diſtantiâ, angulus, de quo praecipue agimus, minui debeat.

§. II.

DEMONSTRATIO I.

abſque ſinibus, & calculis.

I. PAuca heic praefabor de magnitudine, quam duo inſignes, & recentiores Aſtronomi invenerunt in angulo, ſub quo, opportuna adhibendo inſtrumenta, Solis obſervarunt diametrum, dum eſſet apogeus; ſicuti illum fuiſſe poſuimus, dum intra celebre ſcaphium Alexandrinum facta eſt jam narrata obſervatio. Quum appareret per aeſtatem praedictus angulus maxime parvus, repertus fuit ab Equite *de Louville*, ſicut legitur in Memoriis Regiae Academiae Pariſ. ad A. 1724., 31′. 32″. 49‴; & *a Jacobo Caſſinio* A. 1735., ut ipſe teſtatur L. II. C. V. ſuae *Aſtronomiae*, 31′. 32″. 24‴, ſeu 31′. 32″ $\frac{1}{2}$: quare ex ambobus hujusmodi teſtibus, quaſi perfecte inter ſe conſentientibus, conſtat, apparentem Solis apogei ſemidiametrum eſſe 15′. 46″, & aliquot praeterea Tertiorum. Hinc, ſi ſtatuamus, hanc, dum minima eſt, eſſe dumtaxat 15′. 40″, occaſio dubitandi eripietur, an alii nuperi Aſtronomi minorem invenerint.

II. Demonſtrationem nunc ita exordior. Solis apparens ſemidiameter, aut angulus ſub quo illa appareret; aequatur ad ſenſum [non latiori, ſed ſtrictiori modo, hujuſce formulae accipiendo ſignificatum] ſemiangulo Coni terreſtris umbrae ficti; itaut in aliquot dumtaxat ſecundis diſcrepantia reperiatur: quod ſic demonſtro. Semicirculus G *e* C [F. IV.] repraeſentet ſolare hemiſphaerium; circulus K *s* D ſphaeram terreſtrem;

ſtrem ; recta A B centra jungat utriuſque globi ; recta alia c D utrumque tangat , atque haec ſimul cum B A productae coëant in X . Jam verò in triang. B D X , ang. externus c D B = D X B + X B D per Prop. XXXII. L. I. *Eucl.* ; ſed ang. X B D , ſive A B D, ſub quo e Sole ſemidiameter terreſtris A D ſpectetur , pro fere nullo a Sapientibus habetur , & praeſertim dum Sol eſt apogeus ; nam hujus maxima a Tellure diſtantia , ſemidiametros terreſtres continet, ex documentis Regiae Acad. Pariſ. , 22 , 374 ; proindeque ſemid. A D ad radiantis puncti B diſtantiam heic eſt , ut 1 ad 22 , 374 , ſicuti patet ; atque ob immanem diſtantiam inter iſtos globos , aut haec ſit maxima , aut haec ſit minima , h. e. continens terreſtres ſemidiametros 21 , 626 , ſi e Sole videremus Tellurem , ut punctum appareret ; commemorati igitur Coni ſemiangulus D X A cenſeri optime poteſt , ſine ullo phyſici parallelismi abuſu , immo ſtrictiorem ſequendo , tamquam ad ſenſum aequalis angulo B D c , nimirum Solis apparenti ſemidiametro . Atqui certiſſimum eſt , huic tribuenda eſſe plura , & quidem valde notabiliter , quàm decem , Minuta prima [nam , quum heic agatur de parvis angulis , Minuta aliquot prima , & ſecunda tantummodo continentibus , quinque primorum , & aliquot inſuper ſecundorum adjectio , eſt aliquid admodum notabile] ; plura ergo valde notabiliter , quàm decem , ſemiangulo Coni terreſtris umbrae ficti tribuenda ſunt : quamobrem , per Corol. IV. ad calcem Partis I. , radii ab *Eratoſthene* adhibiti , utpote ejuſdem Coni ſemiangulum conſtituentes , ſicuti ex praemiſſa liquet declaratione , Art. II. Paragraphi praecedentis , recenſeri nunc prudenter inter phyſice parallelos nequaquam poſſunt : Q. E. D.

SCHO-

S C H O L I O N.

DIctum proxime eſt, angulum A B D (F. IV.] in Solis centro, duabus rectis comprehenſum, quarum altera a Telluris centro ducta fuerit, altera ab uno extremorum terreſtris diametri, pro fere nullo recte haberi poſſe : unde conſequitur, in quàm tenuiſſima re, quaeque in hiſce adjunctis negligi tutò poſſit, ſemiangulum Coni terreſtris umbrae ficti ab apparente ſolari ſemidiametro diſcrepare, ac propterea inter ſe quaſi perfecte aequari. Demonſtrationem quidem omiſimus circa maximam illius anguli, ideſt A B D, exiguitatem, quòd eſſe illum maxime parvum Sapientes omnes adfirment ; & ne ſinibus, & calculis uteremur ad id evidentiſſime confirmandum, ſicut non eſſe facturos in praecedentis §. titulo teſtati ſumus. Attamen, ſi quis exactam expeditamque cuperet de ejuſmodi re, Trigonometriam adhibendo, Demonſtrationem, facillimum erit haud poſthabendam cupiditatem ſequenti explere ratione.

Quum heic ſeſe nobis objiciat triangulum B D A, rectangulum in A, per eadem fundamenta, eamdemque adhibendo methodum, quibus demonſtratum fuit Parte I. C. VII. Articulo IV. quantus eſſet, ſecundùm ibi ſtatutam hypotheſim, ang. T S L (F. II.) in triang. S T L, rectang. in T, facillime demonſtrari poterit [tametſi mediam accipiamus inter Solem, ac Terram diſtantiam, videlicet terreſtres ſemidiametros 22, 000.] angulum A B D (F. IV.) in triang. B D A rectang. in A [quoniam jam nobis innotuere duo latera B A, & A D] Secundis decem eſſe minorem. Itaque ſinum maximum in decem particularum milliones diviſum conſiderando, haec fiat, per proxime indicata fundamenta, proportio : 22, 000 . 10, 000, 000 :: 1. χ ; ſed, ſubductis

calculis , reperitur quotus 454 $\frac{18000}{22000}$, & in ſecunda Tabula trigonometrica Rondelliana , ſi Columna inſpiciatur tangentium , proxime minor particularum numerus eſt 242 , tangentem indicans anguli Secundorum quinque ; proxime autem major eſt 485. , tangentem indicans anguli Secundorum decem ; quo circa patet , angulum A B D Secundis decem eſſe minorem : quod ſatis ſuperque eſt ad certò inferendum , pro fere nullo in ejuſmodi circumſtantiis haberi poſſe .

Verùm quibuslibet dubitationibus , & cavillationibus aditus ut praecludatur , quandoquidem fere decem Secunda in eo angulo neglex imus , ut ſemidiameter Solis apparens , umbroſi Coni ſemiangulo putaretur aequalis; quadruplum in apparente illa ſemidiametro negligamus , ac pro jam ſtatuta magnitudine , quam tamen conſulte imminuimus , 15′ 40″ , dicamus eſſe ſolummodo Minutorum quindecim . Nonne , hac exuberanti facta compenſatione , admittendum erit aequari illi ſemiangulo , ſi aliquis , auferendo 40″, vellet illam aliquantulùm coarctare ? At ſi non negetur ejuſmodi ſemiangulum eſſe ſaltem Minutorum quindecim , negandum profectò erit , inter phyſice parallelos heliacos radios , qui ipſum comprehendunt , eſſe prudenter conſiderandos ; nam concluſiones , quae immoderatae laxitati innitantur , fundamentorum infirmitatem participant . Immo etiam , ſi in aliis quibuſdam circumſtantiis nimiâ liberalitate permitteremus , latiſſimum illum parallelismum , de quo Parte I. C. VII. , ad aliquid inferendum , poſſe adhiberi ; attamen dum agitur de obſervationibus per gnomonum umbras , id eſſe permittendum , numquam adfirmaremus . Quamvis verae umbrae ab hujuſmodi inſtrumentis projectae terminus ſubtiliter exploretur ; errata nihilominus aliqua , ut notum eſt , contra voluntatem ſubrepunt : ſi alia iſtis addantur voluntaria , & praeſertim ſi haec fuerint admo-

modum notabilia, veluti eſt, Minuta quindecim pro quaſi nihilo habere, nihil certi inferetur.

§. III.

DEMONSTRATIO II.

Sinibus, & Calculis adhibitis.

I. AD magnitudinem cognoſcendam ſemianguli Coni umbrae terreſtris ficti, & quem heliaci comprehendunt radii ab *Eratoſthene* adhibiti, ut in praeambulo oſtendimus, §. I. hujus Cap. Art. II., methodo utemur celebris *Joannis Kepleri*, cui multum debent Aſtronomi recentiores, in *optica*, quam vulgavit, *Aſtronomia*; ubi docet quomodo ad datum tempus, illius Coni ſemiangulus, cognoſci poſſit, & qua methodo fuiſſe uſos video, *Ricciolium* T. I. *Almag.* L. III. C. XI. Probl. V.; *Tacquetium*, *Aſtron.* L. IV. Numero XIV., alioſque inſignes Auctores.

Inquiremus tamen heic tantum hujuſce ſemianguli magnitudinem, quum Sol eſt apogeus; ſiquidem una hac notitia in praeſentia indigemus, ſcilicet ut ſciatur quantus eſſet angulus, qui idem eſt ac praedicti Coni ſemiangulus, a radiis Eratoſthenicis conſtitutus, dum Sol maximam a Terra diſtantiam haberet, quemadmodum poſuimus §. I. hujus Cap., Art. VI., ut ille angulus, quoad fieri poterat, imminueretur.

A maxima Solis diſtantia a Terra iterum ponimus heic, tamquam certum, ut ſupra §. II. hujus Cap. Art. II. ex Regia Pariſ. Acad., ſemidiametros terreſtres contineri 22, 374.; a ſolari autem diametro, ex eadem Acad., diametros terreſtres centum.

Digitized by Google

PROBLEMA.

Semiangulum Coni terreſtris umbrae ficti, Sole apogeo, reperire.

SOlis centrum ſit B (F. IV.); Telluris A; radii utrumque tangentes globum, nullamque ſubeuntes refractionem, a rectis exhibeantur *g o* X, *c r* X, quae fictum Conum determinent *o* X *r*: quantitatem anguli *g* X B, ſeu *o* X A, videlicet ejuſdem Coni ſemiangulum cognoſcamus oportet.

De centris A, & B, rectae ad contactus ducantur A *o*, B *g*; ac praeterea A *i*, quae per Prop. XXXI. L. I. *Eucl.* parallela fiat ad aliam *g o*. Dico, quaeſitum umbroſi Coni ſemiangulum aequari angulo B A *i*, ideoque eſſe 15′. 12″. 39‴.

DEMONSTRATIO.

ANguli ad *g*, & *o* recti ſunt per Prop. XVIII. L. III. *Eucl.*; quare liquet Parallelogrammum A *o g i* eſſe rectangulum, ac per Prop. XXXIV. L. I. *g i* = *o* A. Atqui *g* B, ſemidiameter Solis, nota eſt in ſemidiametris Terrae, ſicut patet ex illius Problematis ſolutione apud Aſtronomos, in quo, datâ apparente Solis diametro, ejuſque a Terra diſtantiâ, quaeritur quanta ſit ſolaris diameter vera; ſicuti videre poteris apud *Ricciolium*, T. I. *Almag.* L. III. C. XI.; *Tacquetium*, *Aſtron.* L. III. Num. XXXIV.; *Chaleſium*, T. IV. *Curſus Math.* ſecundae edit. Lugd. 1690. Aſtron. Prop. XXXII., alioſque recentiores; ſi igitur A *o* Terrae ſemidiameter, aut *i g*, quippe priori aequalis, ut proxime oſtenſum eſt, auferatur a ſolari ſemidiametro B *g*, a qua jam ante poſuimus contineri centies terreſtrem, reſiduum B *i* in terreſtri-

bus

Digitized by Google

bus ſemidiametris notum erit ; ſcilicet ab hoc reſiduo contineri ſemidd. terreſt. *99*.

Jam verò, quoniam in triang. B *i* A, rectang. in *i*, innotuit latus B *i*, quum nobis exhibeat terreſt. ſemidd. *99*. ; ſicuti pariter latus A B, exhibens apogei Solis diſtantiam, a qua comprehendi poſuimus ſemidd. terreſt. 22, 374 ; facilè per planam Trigonometriam cognoſcetur ang. B A *i*, & commode ad id cognoſcendum adhiberi poterit Problema IV. Analyſeos triangg. rectangg. *Tacquetii*, quod ſic ab eodem exponitur. *Baſi, & uno latere datis, invenire acutos angulos, & latus alterum*. Sed, cognito angulo B A *i*, ſimul cognoſcetur alius *o* X A, h. e. ſemiang. umbroſi Coni *o* X *r*, Sole apogeo ; nam ob ductas parallelas *g o*, *i* A, in quas incidit B X, prior ille angulus, utpote externus, B A *i* = *g* X B, ſive *o* X A, interno, oppoſito, & ad eaſdem partes, per Prop. XXIX. L. I *Eucl.* ; quare triangulum A *i* B reſolvendo, ad quantitatem indagandam anguli *i* A B, quantitas quoque praedicti ſemiang. *o* X A, quum priori aequetur, nota erit.

Porrò, ſi, per illud Tacquetianum Problema, haec fiat analogia : Ut ſe habet data baſis B A ad latus datum B *i*, ita baſis eadem B A, quatenus eſt ſinus maximus, quem heic in decem particularum milliones diviſum conſiderabimus, ad idem latus B *i*, quatenus eſt ſinus ignoti, & quaeſiti anguli *i* A B, qui dato illi lateri B *i* opponitur ; & ſi ſequentes termini ſtatuantur : 22, 374. 99 :: 10, 000, 000. χ ; ſubductis de more calculis, prodibit quotus 44, 247. Si Tabulam ſecundam Trigonometricam *Rondellii* conſulamus, quum hic particularum numerus ibi deſideretur ; ſed proximè minor ſit 44, 118, cui angulus reſpondet 15'. 10'', & proximè major 44, 603, cui reſpondet angulus 15'. 20'' ; ſupputatione aliâ, ſecundùm

dùm regulam a Trigonometris traditam , peractâ , plane inveniemus , invento illi per diviſionem numero 44 , 247 , angulum exacte competere 15′. 12″. 39‴ $\frac{255}{403}$, ſeu $\frac{17}{97}$. Quamobrem , quum demonſtratum jam fuerit , angulum *i* A B aequari ang. *o* X A , ideſt ſemiang. Coni umbrae terreſtris ficti *o* X *r* , Sole apogeo ; evidenter conſequitur , ipſam eamdem quantitatem proxime declaratam , ejuſmodi Coni ſemiangulo convenire : Q. E. F. & D.

COROLLARIA.

I. Confirmatum ergo ultra , & validiùs eſt [quantitatem anguli , de quo heic agitur , evidenter atque exacte inferendo ex documentis recentiſſimae Aſtronomiae] radios ab *Eratoſthene* conſideratos , inter eos admitti nunc prudenter non poſſe ; queis Mathematici , & Phyſici apparentem , nec reſpuendam tribuunt aliquando aequidiſtantiam , ad aliquid breviùs faciliuſque demonſtrandum . Etenim , quum angulus a ſupra indicatis radiis comprehenſus , admodum notabiliter Minuta decem excedat , recte conſequitur adſertio noſtra ex Corol. IV. Partis I. , atque ex omnibus quae hactenus in hac parte II. , aut demonſtrata , aut declarata fuere .

II. Quamvis praecedentis Demonſtrationis II. vi , ſemiangulus ficti illius Coni , apparenti Solis ſemidiametro reapſe & geometrice non aequetur ; hoc tamen nequaquam obſtat , quò minùs vim ſuam obtineat Demonſtratio I. , phyſicae , ſed admittendae , eorumdem aequalitati innixa ; ſiquidem diſcrepantia , ſi demonſtrata praedicti ſemianguli quantitas cum ea comparetur , quae apparenti Solis ſemid. eſt adſcribenda , ſecundùm obſervationes praeſtantiſſimorum noſtrae aetatis Aſtronomorum (de quibus hujus Capitis §. II. Art.

Art. I.) in aliquot ſolùm ſecundis Minutis ſita eſt , quaeque propterea , ſine ullius notabili detrimento , negligi heic poteſt .

III. Dubitantibus igitur (de quibus hujus Capitis §. I. Art. III.) an ex documentis nuperae Aſtronomiae elici aliquid poſſet circa quantitatem ſemianguli ficti Coni , ad omnino excludendam ab Eratoſthenicis radiis phyſicam , & minime rejiciendam aequidiſtantiam , omne dubium depulſum fuit . In Tabula a *Ricciolio* expanſa T. I. *Almag.* L. III. C. XI. poſt Probl. V. in qua variae Aſtronomorum ſententiae , ad annum uſque 1651. , quo volumen typis mandatum fuit , de illo ſemiangulo proponuntur , major ejuſdem quantitas , quae ibi appareat , Sole apogeo , eſt 14′. 56″ , ex obſervationibus & datis *Antonii-Mariae de Rheita* ; proxime autem accedens , Sole pariter apogeo , eſt ipſiuſmet *Riccioli* , quam ibi eſſe decernit 14′. 50″. Quocirca , quum apud noſtrae aetatis Aſtronomos ſaepe heic commemoratus ejuſmodi ſemiangulus , aliquantùm excreverit , ita aucta eſt radiorum convergentia , quorum parallelíſmo innixus fuit *Eratoſthenes* , in acceſſu ad Syenem & Alexandriam ; ut inter negligendas convergentias , & quae non ſunt ſenſibilium errorum cauſſa , nequaquam recenſenda videatur : praeſertim verò in iis circumſtantiis , ob dubios verae umbrae terminos a gnomonibus projectae , ſicuti hujus Capitis §. II. Art. V. declaravimus : quod notatum etiam a *Varenio* fuit (*Geograph.* L. I. C. IV. , Cantabrigienſis edit. A. 1681. a celebri *Iſaaco Newtono* caſtigatae , dum ſuas in *Eratoſthenis* dimenſionem animadverſiones exponit .

IV. In praecedentis Problematis reſolutione quum cognoverimus in triang. B c X (F. IV.) rectang. in c , angulum B X c , & quum notum jam eſſet nobis latus B c , h. e. Solis ſemid. , a qua poſuimus cum regia

Acad.

Acad. Pariſ. contineri centum ſemidd. terreſt.; cognoſci etiam facilè poteſt per Trigonometriae planae documenta quantum ſit latus B X, & conſequenter quam habeat rationem B c ad diſtantiam B X. Dico interim, rectam B c ad diſtantiam puncti X, in quo radii coëunt B X, X c, ſeſe habere ut 1 ad 226, quemadmodum in poſtrema Adnotatione, cui aſteriſcus praeponetur, demonſtrabitur, ne diutiùs heic immoremur, trigonometricas intermiſcendo argumentationes; ac propterea hanc rationem 1 : 226. inter eas locum habere, quae apparenti, & quibuſdam in adjunctis tolerandae aequidiſtantiae, haud parum obſtant; nimis enim in hac hypotheſi, anguli a radiis cum plani latitudine conſtituti, a duorum ſumma rectorum recedunt. Minuta quinque cum Secundis additis duodecim, aliiſque minutiis, quae ſunt exceſſus anguli, a radiis Eratoſthenicis conſtituti, ſuper Minuta illa circiter decem ab eo angulo comprehenſa, de quo actum fuit Parte I. C. VII., ſi per ſe conſiderentur, exiguum aliquid certe apparent; at ſi Minuta illa quinque, & ſecunda duodecim, &c. cum decem Minutis comparares, id quod exiguum antea videbatur, evadit magnum, atque notabile; nam comparate ad decem, eſt plus quam dimidium: praeterquamquod hujuſmodi eſt comparate ad angulum a radiis conſtitutum in Solis centro, quorum alter in Lunam, alter in Terram tendit, quique vix inter phyſice parallelos, dùm ad Lunam, & Terram accedunt, ſunt tolerandi.

S C H O L I O N.

Cetera praetermittimus Corollaria, quae ex reſolutione praecedentis, ac perutilis Problematis pendent, quomodo ab Aſtronomis ſit, dum agunt de Ecli-

Eclipſibus Lunae, quòd illa ad rem noſtram nequaquam pertineant. Ceterum a cognito illo ſemiangulo infertur nullo negotio quantus ſit totus Coni angulus, & exiguo labore quantus ejuſdem axis. Eamdem adhibendo methodum, reperiri facilè poterit, ad tempus datum, praedicti ſemianguli magnitudo; ſatis enim erit, ante reſolutionem ſtatuere, quanta ſit, pro aliquo praefinito tempore, Solis a Tellure diſtantia, &c. Praeterea eodem prorſus modo, quo ficti Coni, reperitur angulus, & axis Coni atmoſphaerae terreſtris, a quo Luna deliquium patitur, non autem ab illo umbrae terreſtris verae, ut vulgus opinatur; tametſi axis ſic innoteſcat in ſemidd., non Terrae, ſed terreſtris atmoſphaerae, &c. Pauca haec ſuperaddere non putavimus ſupervacaneum, ne fortè tirones aliqui, poſtquam intellexerint quid ſit apud Aſtronomos *Conus umbrae terreſtris fictus*, & rationem facilè cognoſcendi ejuſdem ſemiangulum, inconſultè arbitrentur, ad nihil aliud eſſe id utile, quàm ad oſtendendum, phyſicam, & tolerandam aequidiſtantiam Eratoſthenicis radiis non eſſe tribuendam.

---

§. IV.

Idem ultra firmatur, illuſtrium quorumdam, praeter jam commemoratos, Mathematicorum auctoritate.

I. QUamquam in mathematicis rebus plerumque auctoritas humana, ut alicui adſtipulemur ſententiae, exigui momenti eſt, & jam obſolevit; apodictica enim ad id obtinendum argumenta requiruntur; ſed tamen hac in re, de qua hactenus diſſeruimus, quum varii, praeſtantiſſimique Mathematici varia circa phyſici & tolerandi in rectis lineis,

aut radiis, paralleliſmi limites pronunciaverint, & eorum aliqui, ut conſtat ex dictis Parte I. C. VII., ad faciliùs & breviùs aliquid demonſtrandum liberaliores fuerint; praeſtabit heic demonſtrare, plures & illuſtres Mathematicos, immo multos (quidam enim inter ipſos inſtar multorum ſunt) in eo conſentire, quod, vel expreſſe, vel tacite negent, aequidiſtantiam ullam, aut haec geometrica ſit, aut apparens, & a Sapientibus toleranda, Eratoſthenicis radiis eſſe adſcribendam. Non deerunt fortaſſe tirones aliqui, qui fateantur, vi praecedentium Demonſtrationum, a duobus illis heliacis radiis angulum revera conſtrui, cujus menſura Minuta quindecim aliquantùm excedat; at nihilominus (quum audiverint, inſignes, & recentiores non defuiſſe Mathematicos, a quibus radii duo, a ſolari centro emiſſi, licèt alter in Tellurem tendat, alter in Lunam, quomodo Parte I. C. VII. narratum fuit, ad ſenſum aequidiſtantes conſiderantur) ſubjicere poterunt, ſe in *Nonii*, *Snellii* (de quibus heic, Capite II. Art. III.); *Ricciolii* (de quo Capite III. §. I. Art. II.) ſententiam ituros, poſtquam intellexerint, alios etiam recentiores, & idoneos ad recte de hoc judicandum, idem omnino contra paralleliſmum ab *Eratoſthene* admiſſum cenſuiſſe. Ne igitur dubitent, an alii poſteriores, ac doctiſſimi idem ſenſerint, atque ita multorum ſaltem auctoritate impellantur, ſi ſupra expoſitis rationibus penitus non adquieverint, en integri, & ſinceri ipſorum contextus, ſine ullo dolo malo exſcripti.

II. *In hoc peccat Eratoſthenica ratiocinatio* (pronunciat primò *Tacquetius* Lib. I. *Aſtronomiae*, Numero XXXII.) *quòd radios* G *b* Z (apud nos F. III.) R *o q putaverit eſſe quoad ſenſum parallelos; oſtendit enim Ricciolius* L. 3. *Almag.* Cap. 27. Art. 7., *non radium* R *o q*, *ſed* G *o i*, *cum nempe qui ex Solis cen-*

centro profluit, quoad ſenſum, aequidiſtare radio G *b* Z. Etenim *Ricciolius* citato loco, quamvis nullam rationem adferat ad Eratoſthenicum excludendum paralleliſmum, lectori tamen indicat, ſe id in ſua *Geographia* (ex qua integrum Auctoris contextum attulimus, hujus Capitis §. I. Art. II.) jam praeſtitiſſe. *Aſſumpſit radios* G *b* Z, R *o q* (iterum eamdem profert animadverſionem *Tacquetius* L. I. *Practicae Geometriae*, C. VI. Probl. II.) *ob enormem Solis diſtantiam, eſſe parallelos . . . . . ſed in eo falſus eſt Eratoſthenes ; non enim radii* G *b* Z, R *o q ; ſed* G *o i*, G *b* Z, *quoad ſenſum paralleli ſunt, ut a Ricciolio demonſtratum eſt L.* 3. *Almag. C.* 27. *Art.* 7., *&* *Greograph. L.* 5. *C.* 3. *Art.* 5. Hinc, ut vides, quod ad cauſſam, propter quam nulla admitti debeat in illis radiis aequidiſtantia, bis *Tacquetius*, nihil addens, *Riccioli* ſententiae ſubſcribit.

Bernhardus Varenius tacite, ut ita dicam, idem adfirmavit in ſua *Geographia Generali*, ſicuti patet ex hujuſce doctiſſimi operis editione Cantabrigienſi, A. 1681., ſummâ curâ caſtigati, aucti, & illuſtrati a celebri *Iſaaco Newtono*, cujus approbatio dumtaxat ſatis eſſet, ni aliorum [illegible], idem approbantium auctoritates. *In Eratoſthenis dimenſione* (ſic ibidem legitur, paginâ 29.) *haec animadverſionem merentur. I. quod arcui invento c q* (apud nos F. III.) *ſeptem Graduum, & Minutorum duodecim, non addiderit Minuta quindecim pro arcu, inter radium Solis* R *o q*, *& verum centralem radium* G *o i*, *qui ſumendus fuiſſet, intercepto :* nimirum quòd non addiderit quantitatem apparentis ſemidiametri ſolaris ; hanc enim addendo, duobus uſus eſſet radiis a centro Solis emiſſis, quorum alter G *f b*, ſecundùm hypotheſim, Syeni normalis erat, alter G *o i*, poſt 15. circiter Minuta a puncto *q*, pervenire debebat in punctum *i* ;

 quique

quique inter phyſice parallelos recenſeri optime poſſunt : quemadmodum inferre facillimum eſt ex noſtra Demonſtratione I. Cap. III. §. II. , patebitque etiam ex iis quae ſequenti Capite IV. demonſtranda ſunt .

Cl. *Nicolaus Gian-Priamus* in ſua *Aſtronomia* , Neapoli edita A. 1748. , dum Parte I. Sect. I. C. XV. Art. V. *Eratoſthenis* obſervationem exponit : *Verùm* (inquit num. 2.) *uti Ricciolius acute notavit* . . . . *cum ob ingentem Solis a Terra diſtantiam ſolares radii ab eodem Solis puncto ad quamcumque Terrae partem profecti* , *puta radii* G *f b* , G *o i* [apud nos F. III.] *a Geometris demonſtrati ſint eſſe ad ſenſum paralleli* ; *alii tamen radii a diverſis Solis partibus radiantes* , *non item* : *ac multò minùs radiantes ab oppoſitis limbi heliaci punctis* , *vel quorum alius a Solis centro* G *prodit* , *uti radius* G *f b* , *alius a ſummo limbo* R , *qualis eſt* R *o q* ; *tametſi prior ad b terminetur* , *poſterior ad diſtantiam integrae terreſtris ſemidiametri terminetur ad q* . . . . . ; *quandoquidem terreſtris ſemidiameter a Solari* G R *ſuperatur vicibus* 33. [*nam ex ſuis obſervationibus Ricciolius intulit* , *Almag. T. I. L. III. C. XI. a vera Solis diametro contineri terreſtres* 33, $\frac{1}{3}$] *& ultra* : & admodum ultra ; ſiquidem ex Regia Pariſ. Acad habemus , a vera Solis diametro centies terreſtrem contineri .

Denique , ut alios praetermittam , Cl. *Rogerius Boſcovichius* , in Romano Collegio S. J. nunc Matheſeos doctiſſimus Profeſſor , & qui inſtar multorum eſt , Tomi I. *Elementorum Matheſeos* , Romae vulgari A. 1752. , Parte I. , ſub initium Geometriae , poſtquam optime declaravit quomodo *Eratoſthenes* conatus fuerit Parallelarum inniti affectionibus , ut rectam eſſe methodum oſtenderet , qua Tellurem dimenſus eſt : *Et haec quidem methodus* (ſubjicit circa finem paginae 15), *pluribus de cauſis minùs eſt idonea ad exactam*

ctam Telluris dimenſionem, *ac perperam ab Eratoſthene aſſumi cenſent*, *quod Syene*, *& Alexandria ſub eodem jaceant meridiano*; *quod locorum intervallum*, *ſtadiorum fuerit* 5000; *& quod radii* G *f b*, (apud nos Fig. III.) R *o q*, *pro parallelis haberi poſſint*.

C A P U T IV.

Explicatur quomodo, *de illuſtrium Mathematicorum ſententia*, *potuiſſet in ſua celebri obſervatione* Eratoſthenes *radiis uti ſolaribus*, *ad Telluris ambitum inveſtigandum*, *quorum phyſicus paralleliſmus nunc a Sapientibus rejiciendus non eſſet*; *& quid utilitatis ab ejuſmodi adjectione aſſequi potuiſſet*.

I. CElebris inter Mathematicos ſextidecimi ſaeculi *Petrus Nonius*, ſeu *Nugnezius*, Luſitanus, & poſt ipſum *Snellius*, ſicuti indicatum ſupra fuit Capite II. Art. II. animadverſionem ejuſdem *Snellii* in *Eratoſthenem* referendo, quorum placitis deinde in hoc acceſſere, *Ricciolius*, *Geograph.* L. V. C. III. Art. V., & alibi, *Tacquetus*, *Aſtronom.* L. I. Num. XXXII., & *Geom. Pract.* L. I. C. VI.; *Varenius*, *Geographiae Generalis*, a *Newtono* caſtigatae, L. I. finem versùs Capitis IV.; *Gian-Priamus*, Parte I. *Aſtronom.* C. XV. Art. V.; aliique Auctores de hac re differentes, in eo omnes conſentiunt quod adfirment, addenda fuiſſe a Telluris Menſore, quadrantis arcui *c q* (F. III.), illi videlicet quem reperit Gradd. 7., & Minn. 12., addenda, inquam, fuiſſe Minuta circiter 15', ſeu quantitatem anguli, ſub quo ſemidiameter Solis apparet. Recte tunc, ipſi dicunt, phyſico, & admittendo radiorum paralleliſmo fuiſſet uſus; eâ enim adjectione factâ, veluti paralle-

los

los non conſideraſſet radios G *f b*, R *o q* [F. III.]; ſed G *f b*, & G *o i*, ambos a centro Solis prodeuntes, & quorum unus, ideſt G *o i*, ad punctum *i*, 15. circiter Gradus a puncto *q* diſtans, dirigitur: & in quo puncto *q* umbra a ſtilo *c o* projecta definiebatur a radio R *o q*, de ſuperiori Solis limbo adveniente.

II. At ſubjicere heic opportune aliquis poterit: Notum ne erat ſedulo obſervatori, ab apparente apogei Solis ſemidiametro contineri Minuta circiter 15? Quomodo oſtendunt praeclariſſimi illi Mathematici, priſco illo ſaeculo id probe *Eratoſtheni* fuiſſe exploratum? Si autem nihil ſciebat de quantitate illius apparentis ſemidiametri, aut Sol eſſet apogeus, aut perigeus, quonam pacto illam arcui Gradd. 7., & Minn. 12. adjicere poterat?

Moraliter eſſe evidens, id Africano Mathematico jam innotuiſſe [ad haec repono] adfirmare nequeo, quum omnia, quae ſuperſunt vetuſti hujus Auctoris documenta, non legerim; ſed ſolùm adfirmo, probabiliſſimum eſſe, id ab eodem non fuiſſe ignoratum. In Tabula a *Ricciolio* expanſa, T. I. *Almag.* L. III. C. X. [illegible], ubi veterum, ac recentiorum Aſtronomorum ſententiae exſtant de quantitate quam habet diameter Solis apparens in triplici ejus a Tellure diſtantia, h. e. maxima, media, & minima, liquet, ab *Ariſtarcho*, Samio, quem *Eratoſthene* antiquiorem fuiſſe oſtenſum fuit ſupra, Cap. II. Art. II., atque ab *Archimede*, qui undecim ſuae aetatis annos numerabat, dum natus eſt *Eratoſthenes*, vixitque poſt hujus exortum annos 64. & ampliùs, ut in Adnotatione oſtenditur 17; liquet, inquam, ab hiſce inſignibus Mathematicis, Solis apparenti ſemid., aut Sol eſſet apogeus, aut perigeus, Minuta 15. tributa fuiſſe; quapropter, quum Africanus mathematicâ ſcientiâ, variâque

riâque eruditione valde polleret, atque ob id Alexandrinae bibliothecae a Rege *Ptolemeo Evérgete* praefectus fuerit, & vulgò *Plato minor* audiret (18), probabiliſſimum ſane eſt, id eruditiſſimum virum non latuiſſe, quod multò ante docuerat *Ariſtarchus*, quodque ſibi coëvus, ſed aetate provectior, *Archimedes* docebat. Hinc commemorati Scriptores haud imprudenter cenſuere, haud ignotum illi fuiſſe praedictum angulum Minutt. 15.; ideoque priori Gradd. 7. & Minutt. 12. ab eodem fuiſſe ſuperaddendum.

III. Clare exponendum & demonſtrandum nunc ſupereſt, quomodo rectam concipiendo *o i*, ductam a centro *o* (F. III.) hemiſphaerici vaſis ad punctum *i*, diſtans ab alio *q* Minuta 15., eam adjeciſſet obſervator quantitatem arcui *c q*, quae per id tempus a peritioribus Mathematicis apparenti Solis hemidiametro tribuebatur; & quomodo, hanc adjiciendo, duos adhibuiſſet radios, queis apparentem aequidiſtantiam negaret de Sapientibus nemo.

Angulus *q o i* = G *o* R (F. III.), per Prop. XV. L. I. *Eucl.*, quum ſint ad verticem oppoſiti; atqui ang. G *o* R ille eſt ſub [illegible] Solis ſemid.; hunc ergo angulum, ſive apparentem Solis ſemid. addidiſſet, arcum *q i*, vel angulum *q o i* Minutorum 15. addendo priori arcui *c q*, vel angulo *c o q* Graduum 7. & Minutorum 12. Praeterea radios G *b* Z, G *o i* phyſico, & admittendo frui parallelismo patet ex dictis §. II. Capitis III., & præſertim ex ibi addito Scholio poſt Demonſtrat. primam; ambo enim de centro Solis erumpunt, diſtantiaque inter punctum *i*, ab alio *q* per Minuta 15. diſtans, & Z centrum Telluris, conſideranda eſt tamquam terreſtris hemidiametros, quum totum illud ſcaphium *y c i*, intra quod ad punctum *i* ducta a ſolari centro G concipitur recta G *o i*, comparate ad terreſtrem globum; ma-

maxime perexigua ſit res , ac veluti punctum : ſed terreſtris hemidiametros e Sole ſpectata , perexigua pariter eſt res , ac veluti punctum ; radii ergo G *b* Z , G *o i* in acceſſu ad Tellurem , phyſico , & admittendo fruuntur parallelíſmo . Neque tironem aliquem moveat , ſi in Schemate III. ducta recta a Telluris centro Z ad punctum *i* intra ſcaphium , notabiliter major terreſtri hemidiametro appareat ; quia , ut intra illud vas conſpicua eſſent quae deſcribenda erant , ac demoſtranda , debita inter exhibitarum rerum iconiſmos proportio ſervari non potuit . Concludendum igitur eſt , ſelecturum fuiſſe *Eratoſthenem* duos radios , ſine ulla controverſia , ad ſenſum parallelos , ſi repertis Gradibus 7. , & Minutis 12. , apparentem Solis hemidiametrum , ſeu Minuta 15. adjeciſſet .

IV. Declarandum denique heic eſt , quid emolumenti ab ejuſmodi additamento haurire potuiſſet Telluris Menſor . Non exiguum demonſtrabitur , & propterea non contemnendum. Notabiliter certe tunc excreviſſet angulus *b* Z *c* (F. III.) , quem ipſe intulit eſſe dumtaxat 7°. 12′. ; nam ſi pro parallelis radii habeantur G *c i* , G *o i* , tunc ang. *c o i* = ang. *b* Z *c* per Prop. XXIX. L. I. *Eucl.* , utpote alterni ; ſed ang. *c o i* ob addita Minuta 15. Gradibus 7. , & Minutis 12. , comprehendet 7°. 27′. ; quare in hac hypotheſi etiam angulo Z *b c* eadem fuiſſet magnitudo adſcribenda .

Dein , ut ſciamus quot ſtadia , ob illud anguli *b* Z *c* augmentum , a terreſtris Meridiani gradu ſint ſubtrahenda, eodem modo quo in prima hypotheſi factum ſupra eſt Cap. II. Art. IV. , reſolvendo nimirum 7°. 27′. in Minuta prima 447 , Gradum unum in Minuta prima 60 , & per 5000 , h. e. ſtadia , diſtantiam indicando inter Syenem , & Alexandriam , haec fiat proportio : 447′. 5000 :: 60′. χ . Sed , ſub-

du-

Digitized by Google

ductis de more calculis, quotus oritur $671 \frac{63}{447}$, ſeu $\frac{21}{149}$; igitur uni gradui in ſecunda hac hypotheſi competunt $671 \frac{21}{149}$. Quamobrem, quum in hypotheſi priori ſtadia prodierint $694 \frac{4}{9}$, & quum $694 \frac{4}{9} - 671 \frac{21}{149} = 23 \frac{407}{1341}$, ſtadiorum decrementum in ſtadiis $23 \frac{407}{1341}$ eſſe poſitum aperte cognoſcis. Hinc, ſi verum ſit, per eas menſuras ab *Eratoſthene*, unius Gradus quantitatem fuiſſe indicatas, quarum octo ad amuſſim milliari uni Romano antiquo reſpondeant; in prima hypotheſi, terreſtris Meridiani Gradui deberentur milliaria antiqua Romana [ut ſine fractis numeris exponantur] fere 87; in hypotheſi autem ſecunda, praeter propter 84: proindeque, aucto illo angulo ad 7°. 27'., tria circiter ex hujuſmodi milliaribus a Meridiani Gradu fuiſſent ſubtrahenda: atque ita emolumentum, quod ab adjectione apparentis hemidiametri ſolaris, Telluris Menſor conſequi potuiſſet, haud exiguum, ut patet, fuiſſet, & propterea non contemnendum: Q. E. D.

Hoc autem ſtadiorum, vel milliarium decrementum, ideo appellavimus emolumentum, quia Meridiani Gradui, & praeſertim procul ab Aequatore dumtaxat 31°. 11'. 20''. (quanta nimirum, ex aſtronomicis obſervationibus, eſt Alexandriae in Aegypto borealis latitudo, ſicut oſtenſum fuit in Adnotatione 13) ubi Graduum quantitas notabiliter minor eſt, quam prope Polum, tribuendo ſtadia $694 \frac{4}{9}$, ſeu praedictae ſpeciei milliaria propemodum 87.; Gradui, inquam, Alexandrini Meridiani magnitudo, juſtam menſuram, quae ex recentiorum Aſtronomorum obſervationibus erui poteſt, immodice excedens tributa fuit. Ceterum, praeter ſtadia $23 \frac{407}{1341}$, plura alia erant ſubtrahenda, ut vera illius Gradus exaequaretur menſura.

Digitized by Google

CAPUT V.

Exponitur quomodo a quibuſdam aliis Mathematicis aliter ac Cleomedes , *aliique tum veteres , tum recentiores docuerint , deſcribatur* Eratoſthenis *obſervatio ad Telluris ambitum inveſtigandum ; oſtenditur in hac etiam diverſa methodo , ſolares adhibitos radios , nunc phyſice parallelos nuncupari neutiquam poſſe ; & quaedam adduntur Demonſtrationes .*

I. FRanciſcus Maurolycus , Abbas Meſſanenſis in ſuis *Dialogis Coſmographicis* ; ex hoc Auctore *Criſtophorus Clavius* in ſuis *Commentariis in Sphaeram Joannis de Sacro Boſco* , circa finem Capitis I. , ſub Titulo , *De Ambitu Terrae ;* inter nuperos Mathematicos *Gulielmus Whiſtonus* in addito Corollario ad Prop. XXVII. *Euclideae Geometriae Tacquetianae* , quam recognovit & illuſtravit ; aliique etiam Scriptores , ſequenti ratione narrant peractam Alexandriae fuiſſe ab *Eratoſthene* obſervationem , ut Gradus unius quantitatem in terreſtri Meridiano cognoſceret . Quum *Eratoſthenes* (poſitis tamquam certis quae jam commemorata fuere Cap. II. Art. III. h. e. ſub eodem jacere Meridiano Syenem , & Alexandriam ; ſub Tropico boreali Syenem , &c.) gnomonem ſuper patentem Alexandriae horizontem ad rectos angulos erexiſſet ; mox aeſtivi Solſtitii meridie , umbrae a gnomone ſuper planum projectae terminum acute obſervavit , notavitque ; relationem inter umbrae , & gnomonis longitudinem poſtquam accurate expendiſſet , quantitatem anguli reperit , quem ſolaris radius umbram definiens cum gnomonis longitudine conſtituebat ; atque ex hujus cognitione , recte ratiocinando , intulit quot ſtadia uni terreſtris Meridiani Gradui competerent , &c.

Digitized by Google

II. Verùm, ut rem faciliùs tirones intelligant, & quomodo de Auctorum ſententia, quos proxime indicavi, inſignis Geometra fuerit ratiocinatus, Schema V. inſpiciant, dum ſequentem perlegent declarationem. A ſemicirculo *b ſ d* Meridianus exhibeatur terreſtris. Sit Alexandria in *a*; Syene in *ſ* ſub Tropico boreali; gnomon Alexandriae erectus *a e*; heliacus radius, per Syenem in terreſtre tendens centrum *c*, ſit *r ſ*; radius alter *r e u* ille ſit, qui verticem *e* libans gnomonis *e a*, umbram *a u*, ab hoc Boream versùs projectam, terminabat in *u*. Producantur nunc mente noſtra & gnomon *a e*, & radius *r ſ* donec in terreſtri centro *c* coëant; ac praeterea (quum terreſtris arcus *a u*, veluti recta linea, citra errorem conſiderari poſſit, utpote inſenſibilis magnitudinis, ſi cum tota terreſtris Meridiani peripheria comparetur) triangulum *a e u* pro rectangulo in *a* habeatur.

III. Jam verò, ſi in hoc triang. rectang. cognitum fuit latus *a e*, h. e. ſtili longitudo, atque inſuper latus aliud *a u*, h. e. longitudo umbrae, facilè per ſcientiam, quam Africani Mathematici tunc habebant de planorum analyſi triangulorum, cognoſci poterat quot Gradus & Minuta angulus *a e u* contineret. Quamobrem, ſinum concipiendo maximum in plurimas partes diviſum, ſequens e. g. fieri poterat analogia: ſicuti ſe habet ſtili jam cognita longitudo *a e*, quae in mille aequales partes e. g. dividi potuit, ad longitudinem pariter cognitam umbrae *a u*, a qua quot particulae ex illis mille continerentur, haud arduum erat explorare; ita ſe habet eadem longitudo *a e*, quatenus eſt ſinus maximus, ad aliam *a u*, quatenus anguli *a e u* tangens eſt. Quocirca, factâ de more ſupputatione, & quoto reperto, reperiri etiam poterat quot Gradus & minuta praedicto angulo deberentur.

IV. Poſt haec, quum pro parallelis duo radii ab Africanis Mathematicis haberentur, a quibuslibet Solis partibus in Tellurem vibrati, ita per parallelarum Theoriam concludendum erat, ſicuti factum eſt. Alternus ang. *ſ c a* = alterno *a e u*, quia recta *e c* in ſtilo conſiderata, & ad Terrae centrum *c* producta, in radios, vel in rectas incidit parallelas *r ſ c*, & *r e u*; quare quot Gradus & Minuta in arcu *a u* reperta fuere, totidem ſimili arcui *ſ a*, diſtantiae videlicet inter Syenem, & Alexandriam, tribuenda ſunt, &c.

V. At quamvis interim permittamus, hanc fuiſſe ſelectam methodum ab Africano Geometra, paralleli tantummodo in Schemate, in quo, ſecundùm illius mentem, repraeſententur, dicendi ſunt, non autem reapſe, neque geometrice, neque phyſice: quum enim alter a Solis centro; alter a ſuperiori ejus limbo Tellurem petant, ut Capite II. Art. II. ubi agitur de umbris *rectis*, & *verſis*, quae a gnomonibus projiciuntur, oſtenſum fuit; ex jam demonſtratis toto Capite III. perſpicuum eſt, nullo eoſdem frui parallelismo, & conſequenter ſibi nunc inferri ullam non poſſe, poſtquam cognoverimus ſenſibilem ipſis radiis in acceſſu ad Tellurem competere convergentiam, inter praedictos alternos angulos, ne ad ſenſum quidem, aequalitatem.

VI. Interim, quia poſt hanc ſecundam auditam methodum, curioſi quaeſiverunt nonnulli, poſitis tamquam certis quae poſuit Telluris Menſor, poſitâque Alexandrini gnomonis longitudine in mille partes diviſâ, quot partes de illis mille a tota projectae umbrae longitudine contineri debuiſſent, ut ſubductis calculis decerneretur, angulo *a e u* (F. v.) Gradus 7., & Minuta 12. ad amuſſim tribui debere; quantum ſcilicet omnes narrant a ſapiente Geometra in angulo

a ſe

Digitized by Google

a ſe inſpecto ; quaecumque fuerit adhibita methodus , fuiſſe repertum ; aequum eſt quaeſito huic ſatisfacere , ut a ſolutione propoſitae , tenuiſque difficultatis tirones inferant , majores magnique momenti , Trigonometriae ope , facilè ſolvi poſſe . . . :

Itaque reſpondeo , a tota projectae umbrae longitudine *a u* contineri ad amuſſim debuiſſe de illis mille , partes 126 $\frac{8}{25}$. Concipiendo nunc ſinum maximum in particulas dumtaxat 100 , 000. diviſum , quò citiùs & faciliùs abſolvatur ſupputatio , ſic demonſtratur . Eodem prorſus modo , proportio fiat , quo praecedenti facta eſt Art. III., h. e.: Latus *a e* 1000. adjacens quaeſito ang. *a e u* eſt ad latus *a u* 126. $\frac{8}{25}$, illi ang. oppoſitum , ut ſinus maximus 100 , 000. ad tangentem ejuſdem quaeſiti ang. *a e u* . Sequentes igitur termini ſtatuantur : 1000 . 126: $\frac{8}{25}$ :: 100 , 000. X. Porrò , ſubductis calculis , prodit quotus 12 , 632. Conſule nunc ſecundam Tabulam trigonometricam Rondellianam , atque hunc quaeras numerum in Tangentium columna , poſtremas duas dextrorſum notas auferendo poſt 12 , 632 (Auctor enim ſinum adhibuit maximum 10 , 000 , 000.) ; videbis praedicto num. 12 , 632. reſpondere in columna prima ad ſiniſtram angulum 7.° 12′ : quare a tota illius umbrae longitudine partes 126. $\frac{8}{25}$ de illis mille contineri debuiſſent , ut angulo *a e u* Gradus 7. , & Minuta 12. tribuerentur : Q. E. F. ac D.

VII. Denique , ad ſecundam quod attinet methodum , ex optimis Critices regulis puto eſſe concludendum (quamvis quomodocumque res ſeſe habuerit , id non vetet rejiciendum nunc eſſe putatum illum parallelismum ; ſicut praecedenti Art. V. oſtenſum eſt) ab *Eratoſthene* adhibitam nequaquam fuiſſe ; nam de priori methodo vetuſtiſſimorum narrationem Auctorum habemus , ac plurium praeterea recentiorum doctiſs. , qui

qui ſummo ſtudio rem totam excuſſere ; de ſecunda autem erudita & veneranda Antiquitas nihil : immò ipſe *Clavius* , poſtquam ex *Maurolyco* ſecundam retulit methodum : caute ibidem addit : *Haec autem ratio Eratoſthenis paulò aliter a Cleomede refertur , quàm a Maurolyco* .

Coronidem nunc , ad eadem , quae proxime dicta ſunt , confirmanda , eruditiſſimus imponat *Athanaſius Kircherius* , *cujus in Arte Magna Lucis & Umbrae* , paginâ 722. Romanae edit. 1646. haec ſunt verba : *Per umbras , intra ſcaphia collectas , veteres Telluris magnitudinem ſummo ſane ingenio deprehendiſſe reperio : de qua re* Arazael *Aſtronomus Arabs , libro , quem* Menſuram Mundi *intitulat . Hiſce quoque* Eratoſthenem *uſum* Ptolemaeus *teſtatur . Erat autem ſcaphium ; ut* Macrobius *in* Somnium Scipionis *explicat , ſaxeum quoddam vas in hemiſphaerii ſpeciem , curvatâ ambitione , cavatum , infra per lineas deſignato 12. diei horarum numero , quas ſtyli prominentis umbra cum tranſitu Solis , praetereundo diſtinguit . Hoc enim eſt hujuſmodi vaſis officium , ut tanto tempore a priori ejus extremitate ad alteram uſque , ſtyli umbra percurrat , quanto Sol medietatem Coeli ab ortu in occaſum , unius ſcilicet hemiſphaerii converſione , nititur ; nam totius Coeli integra converſio diem , noctemque concludit . Et ideo conſtat quantùm Sol in ſuo circulo meat , tantùm in hoc vaſe umbram meare : quorum mentionem a* Martiano Capella *quoque factam lego :* Scaphia (*inquit*) ex aere vaſa ſunt , quae horarum ductus , ſtyli , medio fundo ſui , proceritate diſcriminant , &c. *Horum igitur ſcaphiorum ope* Eratoſthenes *per umbram , quantitatem* (h. e. Telluris , de qua re ibi praecipue Auctor loquitur) *ita invenit . Suppoſito primò* , Cleomede *teſte , radios Solis ex uno , vel diverſis Solis partibus ad diverſas Terrae partes productos ,*

eſſe

Digitized by Google

eſſe parallelos , *&c.* Haec deinde addit : *Sit igitur Syene in b* [apud nos F. III.] , *cui Sol ἄσκιος die ſolſtitii incumbat . Alexandria verò ſit in c , ubi eodem momento ipſe meridies notatur ; ſit terminus umbrae in puncto q ; deprehenſa verò ſit umbra arcuata in ſcaphio* , 7 $\frac{1}{5}$ *Graduum* , *ut* Cleomedes *aſſerit* .

Ut ſecunda haec Exercitationis Pars uberior evaderet , alia quaedam addenda erant ad rem pertinentia , ut e. g. animadverſio in antiqui Mathematici *Poſidonii* , poſt *Eratoſthenem* , dimenſionem Telluris , quum & ipſe , Canobum Stellam obſervando , phyſico radiorum parallelismo uſus fuerit ; ac poſtmodum , utilem faciendo digreſſionem circa varias magnitudines , quae ad hoc uſque tempus a variis illuſtribus Mathematicis terreſtrium Meridianorum Gradibus , vi ſuarum obſervationum , adſcriptae fuerunt , exponendum erat quam tenere rationem tirones deberent , ne fallerentur , dum certam aliquam milliarium , aut leucarum ſpeciem eiſdem Gradibus tribuere vellent : ita enim fuiſſet perſolutum , quod in prooemio Partis primae nos eſſe facturos in ſecunda hujus Exercitationis Parte promiſimus . At ne in majorem excreſceret molem hoc opuſculum , in tertiam Exercitationis Partem omnia illa rejicere coacti ſumus : ad cujus calcem quaecumque in tota Exercitatione addenda ſint , aut meliùs explicanda , aut corrigenda , reperies .

AD-

Digitized by Google

ADNOTATIONES.

Numeri, ſequentibus praepoſiti Adnotationibus, illis reſpondent, qui praecedentem ſecundam Exercitationis Partem legentibus, in ejuſdem contextu occurrent.

(1) Videlicet Propp. 27.; & 28. L. I. *Eucl.*; nam Demonſtratio, quae ſecundum *Wolfii* methodum facta fuit Parte I. C. II., proxime innititur Prop. 28.; alia verò Demonſtratio ex *Cavalerii* mente, ibidem C. V., innititur quidem proxime Prop. 33. ejuſdem Euclidei Libri; ſed ad hanc demonſtrandam, h. e., eſſe parallelas illas rectas, queis duae parallelae, & aequales junguntur, requiritur Prop. 27.

(2) Si animo fingas, a radiantibus punctis *e*, & *r* (F. I.) duos pervenire radios ad A, & K; atque inſuper cognoſci poſſe evaneſcentem eſſe inaequalitatem inter rectam A K, proximamque parallelam P B; porrò ex hujuſmodi conſideratione inferre liceret, parallela ad ſenſum eſſe ſegmenta A P, & K B, quod in hac hypotheſi a rectis A K, & P B parallelis, & ad ſenſum aequalibus, jungerentur, a Prop. 33. L. I. *Eucl.* ſubſidium petendo. At ſi inter ſe comparares parallelas A K, & *e r*, plus aequo inter ſe diſtantes, ad ſenſum parallela tunc appellare ſegmenta A *e*, & K *r* nequaquam poſſes, propterea quod poſt [illegible] longum iter tanta inter eos radios facta eſſet divergentia in acceſſu ad A, & K, comparate ad illam quam habebant in *e*; & *r*, ut, ſi conferres interceptam parallelam *e r* cum alia A K, earum inaequalitas tibi in oculos illico incurreret. Vide ſis quae jam declarata fuere circa naturam phyſici paralleliſmi toto Capite IV. Partis I.

(3) *Si duas rectas parallelas, & inaequales*, A K, P B *jungant duae aliae* A P, K B (F. I.); *concurrent tandem iſtae jungentes, ſi ultra minorem* P B *parallelarum, ſatis producantur*, ut inquit, & demonſtrat *Whiſtonus* in Scholio addito Prop. 33. L. I. Geom. Tacquetianae: quare rectae A P, K B, quum jam poſuerimus A K, P B geometrice eſſe inaequales, non ſunt geometrice parallelae. Ita ſimiliter, ſi ponamus ad ſenſum inaequales eſſe A K, P B; ad ſenſum parallelae dicendae non erunt jungentes A P, K B; nam ex apparente parallelarum A K, P B inaequalitate, ſtatim per ſenſus perciperetur quocumque privari paralleliſmo rectas A P, K B.

(4) Tradidit *Suidas* in ſuo Lexico, natum fuiſſe *Eratoſthenem* Olympiade 126., ex qua notitia intulit *Ricciolius* in Chronico Aſtronomorum, &c., quod ſuo *Almageſto* praepoſuit, natum fuiſſe circa A. 276,

Digitized by Google

A. 276. ante *Chriſti* adventum . Ex eodem *Suida* , aliiſque habemus , octogenarium e vivis exceſſiſſe .

(5) De Matheſi optime meritus *Claudius Dechales* , dum *Curſus mathematici* , ſecundae editionis Lugdunenſis A. 1680. , Tomo 2. , Geograph. Lib. 1. Prop. 34. , obſervationem ab *Eratoſthene* Alexandriae factam , adhibito Scaphio , &c. narrat : *Supponit tamen* (ita inquit de illius Aſtronomi hypotheſi) *duos radios ſolares , a centro Solis ad duo quaelibet Telluris* (puncta) *ductos , eſſe phyſice parallelos ; eò quòd ad tantam diſtantiam ſolummodo conveniant* : neque aliud addit hic Auctor ad oſtendendum , radios ab obſervatore fuiſſe revera adhibitos , quorum alter de centro Solis , alter de ſuperiori ejus limbo adveniebant ; ſed de duobus tantùm a ſolari centro mentionem facit .

Idem omnino legitur in *Euclidis* Elementis , Gallice explicatis , & Pariſiis editis A. 1677. poſt Prop. 29. in uſu ibi declarato , quem illa habere poteſt Propoſitio .

Praeterea apud Cl. Auctorem mathematici Operis inſcripti : *Entretiens Mathematiques* , Pariſiis editi A. 1743. Tomo 3. ita unus e colloquentibus , perſonam veluti agens *Eratoſthenis* , propoſitum ſolvit Problema de Dimenſione Telluris : *Je ſuppoſe deux rayons tirés du centre du Soleil à deux endroits de la Terre , & phyſiquement paralleles* : neque aliquid ibidem ſubjicitur , ex quo patere poſſit , duos illos radios reapſe ab obſervatore adhibitos non fuiſſe . Poterat certe illos adhibere , ſicut ex dicendis Cap. IV. perſpicuum erit ; at nequaquam adhibuiſſe conſtat ex Cap. II. , & etiam ex commemorato Cap. IV.

(6) De celebri hac *Eratoſthenis* obſervatione *Ricciolius* agit etiam *Almag.* T. 1. L. 2. in Scholio ad Cap. 7. & L. 3. C. 27. Art. 7. Probl. XI. : ſicuti pariter T. 2. ejuſdem *Almag.* L. 10. Sect. 4. ac praeterea *Aſtronom* L. 1. C. 6. Art. 4.

(7) De diſcrimine inter umbram *rectam* , & *verſam* , a gnomonibus projectam vide etiam , ſi tibi id lubeat , apud Clavium , L. 2. Gnomonices , Prop. 2. ; *Kircherium* in *Arte magna Lucis , & Umbrae* , pag. 705. Romanae edit. A. 1646. ; *Welfium* in *Elementis Matheſeos* Γ. 3. *Optices* §. 159. & §. 161. recentiorum editionum .

(8) *Reperit Eratoſthenes* (dicit *Blancanus* in ſua *Chronologia clarorum Mathematicorum* , ad A. ante *Chriſti* adventum 252.) *Solis declinationem Gradd.* 23. , *& Minutt.* 51. *Duplicandi Cubi ſummus fuit artifex , ut patet ex ejus Meſolabio apud Pappum , & Eutocium* . Ceterum omnia , quae ſuperfuere *Eratoſthenis* mathematica ſcripta , videre poteris ad calcem *Arati* , editionis Oxonienſis A. 1672. , atque inde colligere quantùm ille ſapientiâ polleret .

(9) Apud *Ricciolium* Parte 2. Chronici Aſtronomorum , &c. Exſtat egregium *Ariſtarchi* , Samii Opuſculum *De diſtantiis , ac magnitudinibus , Solis , Lunae , ac Terrae , circa Solem mobilis* , ex quo plura excerpta reperies inter *Collectiones mathematicas Pappi* , Alexandrini L. 6. Prop. 38. & ſeqq. ; idemque Graece cum Latina interpretatione vulgavit Oxonii celebris *Joannes Walliſius* A. 1688. Revera circa tempus , quo hic *Ariſtarchus* floruit , non conſentiunt recentiores critici Auctores ; quamvis admittant omnes , multò ante Chriſtianam & vulgarem Aeram tempore floruiſſe . Certiſſimum tamen eſt ,

Digitized by Google

ſaepius ab *Archimede* in ſua Diſſertatione, quae *Arenarius* inſcribitur, de hujuſce Ariſtarchi ſententiis mentionem fieri; atque hunc propterea *Eratoſthene* fuiſſe antiquiorem: nam *Eratoſthenes* coëvus *Archimedi* fuit, ſed aetate haud parum junior, ſicut in Adnot. 17. oſtendetur: quod ſatis nobis ſuperque eſt ad propoſitum aſſequendum.

(10) Paginâ 26. & ſeqq.; ſed praeſertim 31., & 33. egregii Operis, inſcripti: *Eclairciſſemens Geographiques*, *&c.* Pariſiis A. 1741.

(11) Σκαφίον apud excellentiores Graecae linguae Lexicographos, praeter alios quoſdam ſignificatus, Vas denotat quodcumque cavum, aut oblongum hoc ſit, & ſcaphae, ſeu navis figuram habeat, aut ſit rotundum, & hemiſphaerium exhibeat. *Scaphia dicuntur* (ita *Martianus Capella*, qui floruit circa A. D. 490. L. 6. De Geometria C. I.) *rotunda ex aere vaſa, quae horarum ductus, ſtili, in medio fundo ſui, proceritate diſcriminant; qui ſtilus gnomon appellatur*. Lapidea tamen, ſive ſaxea aliquando fuiſſe hujuſmodi horoſcopa hemiſphaeria indicavit *Ricciolius*, L. 5. *Geograph.* C. 3. Art. 2.; ac de ſaxeis pariter, veterum auctoritate, mentionem facit *Kircherius* in *Arte magna Lucis, & Umbrae*; cujus integrum contextum ad hujuſce ſecundae Partis Exercit. reperies. Addo etiam, de antiquo, & ſaxeo horologio ſciotherico, delineato intra ſaxi cavum, per artem elaboratum, quod in antiqua villa Tuſculani collis repertum fuit, adſervaturque in Muſeo Romani Collegii; ſed in quo ſtilus in ſuperiori ejus parte erat infixus (*verticaliter* enim collocandum eſt, ut horas indicet) eruditam Diſſertationem prodiviſſe Venetiis A. 1746., a *Joanne Luca Zuzerio* S. J. elucubratam, aliiſque adnexam in Opere Italico, & inſcripto: *D' una antica Villa ſcoperta ſul doſſo del Tuſculo &c.*

(12) Per Prop. 5. L. 1. Sphaericorum *Theodoſii* quae illuſtravit *Clavius*; nimirum: *Si Sphaera planum tangat, quod ipſam non ſecet; a contactu autem excitetur recta linea ad angulos rectos ipſi plano, in linea excitata erit centrum Sphaerae.*

(13) In Tabula exhibente longitud., & latitud. praecipuorum locorum terreſtrium, & quam invenies in *Notitia Temporum* (*Connoiſſance des Temps*) quod Opus quotannis a regia vulgatur Acad. Pariſ., altitudo polaris Alexandriae in Aegypto notatur 31°. 11', 20''. cum addito aſteriſco, indicante id innotuiſſe per obſervationem Aſtronomorum ejuſdem Acad. Jam verò narratae Eratoſthenicae obſervationis momento, Sol Tropicum Cancri attingebat. Meridiani arcus, ab Aequatore, & Tropico interceptus; tunc continebat 23°. 51' 20''.; nam ex obſervationibus habitis ab ipſo *Eratoſthene* (apud *Jacobum Caſſinium*, L. 2. *Aſtronom.* C. 3.) tribui debebant 23°. 51'. 20''. Eclipticae obliquitati. Quare diſtantia Solis eo momento a vertice Alexandrino (ſubtractâ; ut aequum eſt, eâ Tropici diſtantiâ ab Aequatore, h. e. 23°. 51'. 20''., ex diſtantia verticis ab ipſo Aequatore, h. e. ex 31°. 11'. 20''.; nam latitudo locorum polari altitudini aequatur) continebat 7°. 20'. Subtrahe nunc a Gradd. 90., ſive ab arcu inter verticem Alexandrinum, & Horizontem, 7°. 20'.; erit Solis altitudo, eo momento Tropicum attingentis, ab Alexandriae Horiz. Gradd. 82, & Minn. 40. Q. E. D.

Si

Digitized by Google

Si autem de altitud. agatur, quam eo momento ab Horiz. habebat, non centrum Solis, de quo actum ſupra eſt, ſed ejus punctum R (F. III.), radium emittens R *o d*, in quo neglezimus refractionem; addenda profectò erit quantitas anguli G *o* R, ſeu apparentis hemidiametri ſolaris. Hinc illius puncti R altitudini tribuendi erunt Gradus fere 83: ex quo recte conſequitur, radii R *o* refractionem ſine ullo incommodo negligi poſſe.

(14) Tametſi eadem refractionum Tabula non omnibus adcommodata ſit locis (de qua re videri poteſt *David Gregorius* L. 2. *Aſtron.* Prop. 66.); attamen quum Alexandrina careamus, utemur heic Pariſienſi Regiae Acad., *Notitiae Temporum* inſerta, & ſimul Bononienſi, *Introductioni in Ephemerides* adnexa. In utraque, exſtante Sole ad altitud. Gradd. 82., notatur refractio Secundd. 8.; ad altitud. autem Gradd. 83., ontatur Secundd. 7.

(15) *Umbra Terrae ficta* (ita *Tacquetius*, L. 4. *Aſtron.* Numero 13., a quo optime, & clare explicantur hujuſmodi Coni, dum de Eclipſibus Lunae agit) *ſive Conus Terrae fictus eſt qui radiis, Solem, & Terram tangentibus, ſed irrefractis, continetur. Umbra Terrae vera eſt quae radiis, Solem, & Terram tangentibus, ſed refractis, comprehenditur. Umbra, ſeu Conus Atmoſphaerae eſt qui radiis, Solem, & Atmoſphaeram tangentibus continetur; ſolet etiam Penumbra appellari*, &c. Quare a triang. *o* X *v*. (F. IV.), ſi nulla conſideretur in radiis *e r* X, *g o* X refractio, terreſtris umbrae recte exhibebitur conus fictus.

(16) Si aliquis forte contenderet, negligendam non eſſe radii R *o d* (F. III.) refractionem, majoremque illâ eſſe, in Tabulis Pariſienſi, & Bononienſi, de quibus in Adnot. 14., notatâ, maximas illi gratias ageremus; nam, hoc admiſſo, excluderentur magis ab apparente aequidiſtantia Eratoſthenici radii ſaepius commemorati; quia magis tum angulus augeretur, quem ipſi comprehenderent: hoc autem (quin aut novum addatur Schema, aut aliae Schemati III. addantur lineae, confuſionem aliquam allaturae, ſic demonſtrare adnitar.

Circulum concipe concentricum Meridiano *m b t n*, & valde majoris diametri, a quo terreſtris exhibeatur atmoſphaera. Concipe deinde, radium demiſſum a puncto R, multò ante quàm ad ſcaphium accedat ibi delineatum, in puncto aliquo circuli illius atmoſphaerici, per quod oblique ingrediatur, primam pati refractionem. Duc praeterea mente tua tangentem illius circuli in puncto ingreſſus, rectamque aliam, quae ad ipſam tangentem ſit normalis. Quum igitur in medium denſius, aut magis attrahens, oblique radius irrumpat, ita refringi primò debet intra atmoſphaeram, ut ad illam ductam normalem, ſecundùm Dioptrices documenta, aliquantùm accedat. Et quum alias refractiones debeat ſubire, concipiendo alios atmoſphaericos circulos, aliaſque normales, &c., & omnia accurate expendendo, futurum cognoſces, ut ſegmentum ultimum radii, poſtquam hic plures, & non negligendas ſubiverit refractiones, & quod incurrat inter punctum *q*, & aliud *e*, admodum magis, quàm alia ſuperiora ſegmenta, ad centralem radium G Z *d* accedere de-

beat,

beat, ipſique fieri admodum magis convergens, hiſce poſitis notabilibus, & non negligendis refractionibus, quàm non poſitis, ut perſpicuum eſt. Produc denique mente tua ſegmentum illud ultimum, donec incurrat in centralem radium G Z *d*; conſtituere cum ipſo debebit angulum in aliquo puncto ſupra aliud *d*: ſed hic angulus eſſet externus comparate ad internos angulos in novo conſtructo triangulo, & quorum unus eſſet ang. Z *d o*; quare evidens eſt, praedictum angulum fore majorem alio Z *d o*, per Prop. 16. L. 1. *Eucl.* Q. E. D. Continere itaque deberet aliquid plus quàm ang. Z *d o*: ſed ab hoc angulo deſtruitur phyſicus *Eratoſthenic* paralleliſmus, ut demonſtratum jam fuit toto Cap. III.; multò ergo magis ab illo, utpote majori, deſtrueretur.

(17) *Eratoſthenes*, ut oſtenſum fuit Adnotat 4., ortum habuit A. 276. ante *Chriſti* adventum, atque A. ſuae aetatis 80. mortem obiit. *Archimedes* (ſicut ex *Petavii* documentis infert Cl. Comes *Joannes-Maria Mazuchellius* in Vita ejuſdem *Archimedis*, exquiſitâ elegantiâ, & eruditione Etruſce elucubrata, atque edita Brixiae 1737., Articulo I.) in lucem prodivit A. ante *Chriſti* advent. 287., interfectuſque in expugnatione Syracuſarum, poſtquam aetatis ſuae annum exceſſiſſet 75., quemadmodum a *Joanne Tzetze*, Hiſtor. 35. Chil. 2. narratur; quamobrem ex eruditis ejuſmodi monumentis patet, undecim circiter aetatis ſuae annos habuiſſe *Archimedem*, dum natus eſt *Eratoſthenes*, atque huic aetatis annos ferme 64. eſſe tribuendos, dum *Archimedes* e vita exceſſit.

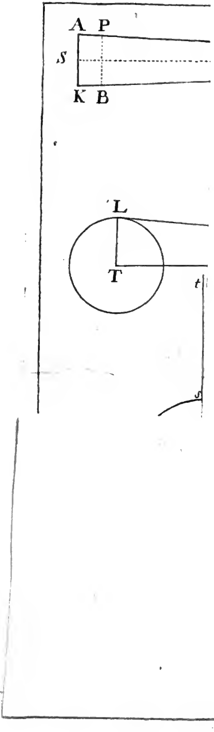
(18) Apud *Ricciolium* in Chronicis Aſtronomorum, &c. ſuo *Almageſto* praepoſitis, alioſque idoneos Auctores.

(*) Quamvis diſtantia inter punctum X (F. IV.), & rectam B *c*, triangulum conſiderando B X *c*, rectang. in *c*, deſumenda eſſet a normali X *c*, ſicuti ex *Wolfio* in hypotheſi ſimili declaratum jam fuit in Adnot [illegible] magna ſit differentia inter diſtantiam X B, aliamque X *c*, ad rationem inveſtigandam inter ſemid. B *c*, ejuſque diſtantiam a puncto X, diſtantiam accipiemus B X; ita enim & aliquam oſtendemus liberalitatem, diſtantiam adhibendo aliquantò majorem aliâ X *c*, & facilior erit Demonſtratio, ad Problema illud reſpiciendo in plana Trigonometria: *In triang. rectang., cognitis angulis, & uno latere, cognoſcere ſubtenſam, h. e. latus oppoſitum angulo recto*. Ut igitur longitudo reperiatur ſubtenſae B X, haec fiat analogia, ſicuti in ſimili hypotheſi ab *Ozanamo* fit, Trigonom. L. 2. C. 2. Probl. 4.: Quomodo ſe habet 44, 247, ſinus anguli B X *c*, a quo contineri oſtenſum jam fuit, Cap. 3. §. 3. Sole apogeo 15′, 12″, 39‴, ad ſinum maximum 10, 000, 000; ita ſe habet Solis ſemid. B *c*, a qua centies continetur ſemid. Terrae, ad ſubtenſam X B. Porrò 10, 000, 000 χ 100 = 1, 000, 000, 000. Dividendo hoc factum per 44, 247, quotus eſt 22, 600. Atqui numerus 100 continetur in 22, 600. bis centies, ac praeterea vicies, & ſexies; quare, Sole apogeo, & qualis erat, dum ſuam *Eratoſthenes* haberet obſervationem, 100. 22, 600 :: 1, 226: Q. E. F. & D.

FINIS.

1.7.181

Digitized by Google



1. 7. 181

opposite
to p. 52

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

1.7.181

Digitized by Google

005644656

Digitized by Google

C8